МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ ОРЕНБУРГСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
«Бузулукский строительный колледж» г. Бузулука Оренбургской области

РАССМОТРЕНО И ОДОБРЕНО
на заседании ПЦК
Протокол №1 от «30» августа 2019 г.
Руководитель ПЦК
_____/О.А. Бажуткина/

УТВЕРЖДАЮ
Зам. директора по УР
_____Е.Н. Индерейкина
«30» августа 2019 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

по дисциплине ОП.02 «ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»

специальности 08.02.08 «Монтаж и эксплуатация оборудования и систем газоснабжения»

Разработчик: преподаватель спец. дисциплин
первой квалификационной категории
Генцель Елена Федоровна

Бузулук, 2020

Учебная дисциплина ОП.02 «Техническая механика» изучается студентами на втором курсе. Методические рекомендации по выполнению практических работ обеспечивают реализацию рабочей программы по Технической механике.

Реализация программы обеспечит компетентность будущих специалистов в области технической механики как неотъемлемой части их профессионализма в период вступления в самостоятельную жизнь.

Экономика /Экономическая теория: учебно-методическое пособие по подготовке к контрольной работе и организации самостоятельной работы по дисциплине / Н.В. Бутримова; Бузулукский гуманитарно – технолог. ин-т (филиал) ОГУ – Бузулук: БГТИ (филиал) ОГУ, 2016. – 105с.

В учебном пособие приведены: основные понятия по темам курса в разрезе разделов: Введение в экономическую теорию, Микроэкономика, Макроэкономика, Экономика предприятий; представлены структурно-логические схемы; перечень примерных задач с методикой решения; комплекс заданий по вариантам (тесты и задачи).

Учебное пособие предназначено для студентов направлений подготовки: 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и

Разработчик: Генцель Е.Ф., преподаватель ГАПОУ «БСК», первой квалификационной категории

Рецензенты:

Рекомендовано к использованию в качестве методических рекомендаций по выполнению практических работ предметно-цикловой комиссией колледжа.

Содержание

1. Пояснительная записка……. 3
2. Перечень практических работ…… 4
3. Указания по выполнению практических работ……. 5
Практическая работа №1 «Определение величины и направления реакций связей и построение силового многоугольника»…… 5
Практическая работа №2 «Определение опорных реакций двухопорных и консольных балок»……. 15
Практическая работа №3 «Определение центра тяжести составного сечения»……. 24
Практическая работа №4 «Подбор сечения растянутого (сжатого) стержня из расчета на прочность»…… 33
Практическая работа №5 «Определение моментов инерции относительно главных центральных осей в составных сечениях»……...… 38
Приложения……..…… 43
Список литературы……..…… 57

Пояснительная записка

Методические рекомендации предназначены для организации практических работ студентов в аудиторное время по учебной дисциплине «Техническая механика» специальности 08.02.08 «Монтаж и эксплуатация оборудования и систем газоснабжения».

Главная задача методических рекомендаций – помочь студентам самостоятельно освоить некоторые теоретические вопросы и выполнить практические задания по учебной дисциплине «Техническая механика» специальности 08.02.08 «Монтаж и эксплуатация оборудования и систем газоснабжения».

Методические рекомендации облегчают подготовку к выполнению практических работ, а также обращают внимание учащихся на главное, существенное в изучаемой учебной дисциплине, помогают выработать умения анализировать, связывать теорию с практикой.

Методические рекомендации по выполнению практических работ учебной дисциплины «Техническая механика» раскрывают у студентов формирование системы знаний, практических умений и объяснения уровня образованности и уровня подготовки студентов по специальности. Изучение программного материала должно способствовать формированию у студентов необходимых для профессиональной деятельности технических знаний и навыков.

На практических занятиях студенты овладевают первоначальными умениями и навыками, которые будут использовать в профессиональной деятельности и жизненных ситуациях.

Наряду с формированием умений и навыков в процессе практических занятий обобщаются, систематизируются, углубляются и конкретизируются теоретические знания, вырабатывается способность и готовность использовать теоретические знания на практике, развиваются интеллектуальные умения.

В рамках программы учебной дисциплины обучающимися осваиваются:

умения:

- выполнять расчеты на прочность, жесткость и устойчивость элементов сооружений;
- определять координаты центра тяжести тел.

знания:

- основные понятия и законы механики твердого тела;
- методы механических испытаний материалов.

Ведущей дидактической целью практических занятий является формирование практических умений, необходимых в последующей учебной деятельности и жизни.

В соответствии с ведущей дидактической целью содержанием практических занятий является решение разного рода задач, в том числе профессиональных.

Данная дисциплина базируется на знаниях умениях и навыках, полученных студентами при изучении социально-экономических, естественнонаучных и общетехнических дисциплин и в процессе изучения прослеживается теснейшая ее связь с этими дисциплинами.

Перечень практических работ

№ п/п	Тема практической работы
1	Определение величины и направления реакций связей и построение силового многоугольника
2	Определение опорных реакций двухопорных и консольных балок
3	Определение центра тяжести составного сечения
4	Подбор сечения растянутого (сжатого) стержня из расчета на прочность
5	Определение моментов инерции относительно главных центральных осей в составных сечениях

Указания по выполнению практических работ

Практическая работа № 1

I.Тема. «Определение величины и направления реакций связей и построение силового многоугольника».

II. Цель. Обучить студентов выполнять задания по образцу. Использовать профессиональную направленность при выполнении практического задания.

III. Задачи.

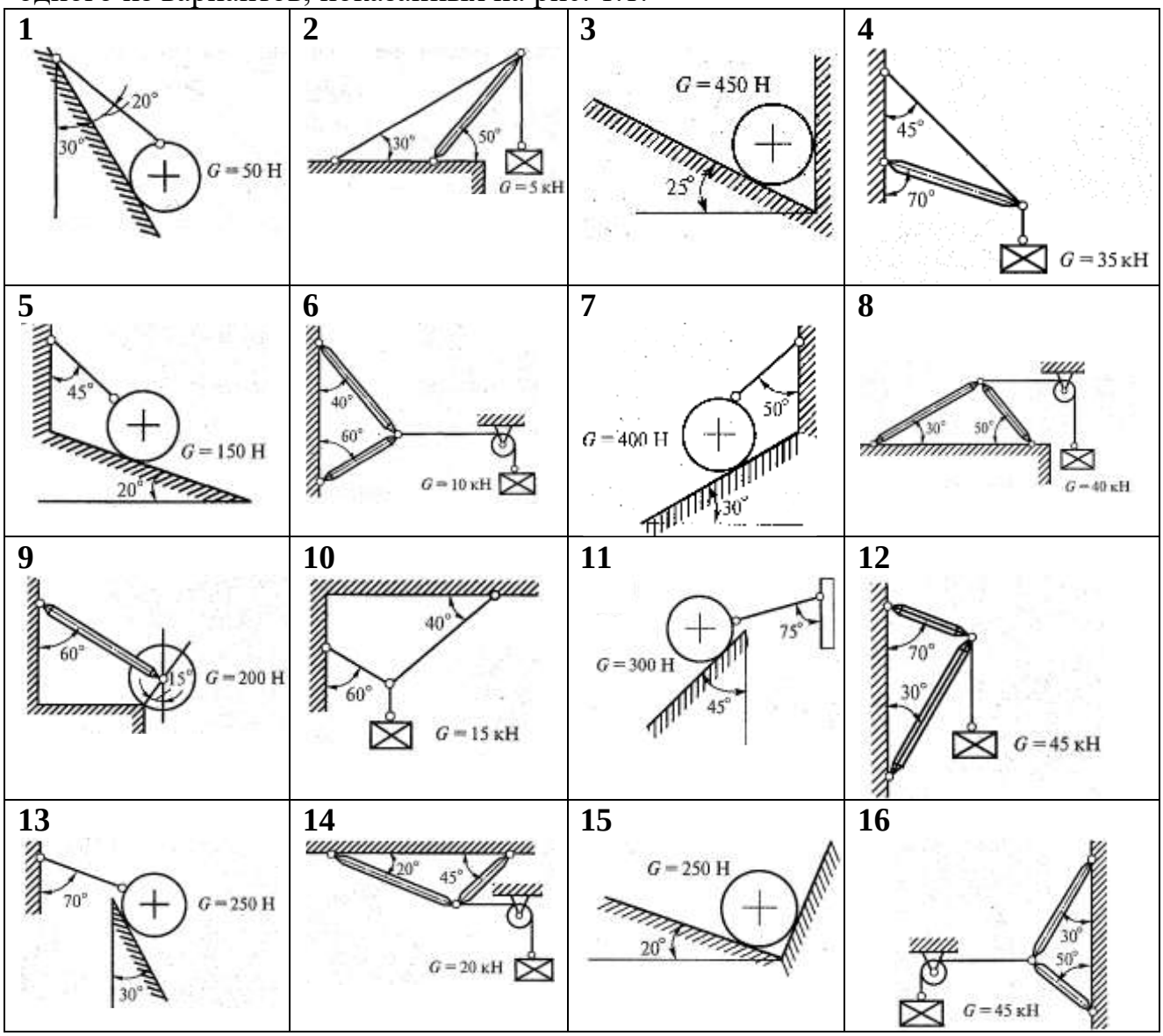
1. Научить определять направления реакций связей и их величины.
2. Научить строить силовой многоугольник и определять равнодействующую системы сил аналитическим и геометрическим способом.
3. Научить решать задачи на равновесие геометрическим и аналитическим способом, рационально выбирая координатные оси.

IV. Время выполнения. 2 часа

V. Оборудование. Калькулятор, карандаш, линейка, транспортир, тетрадь для практических работ.

VI. Задание.

Задача 1. Определить величину и направление реакций связей по данным одного из вариантов, показанных на рис. 1.1.



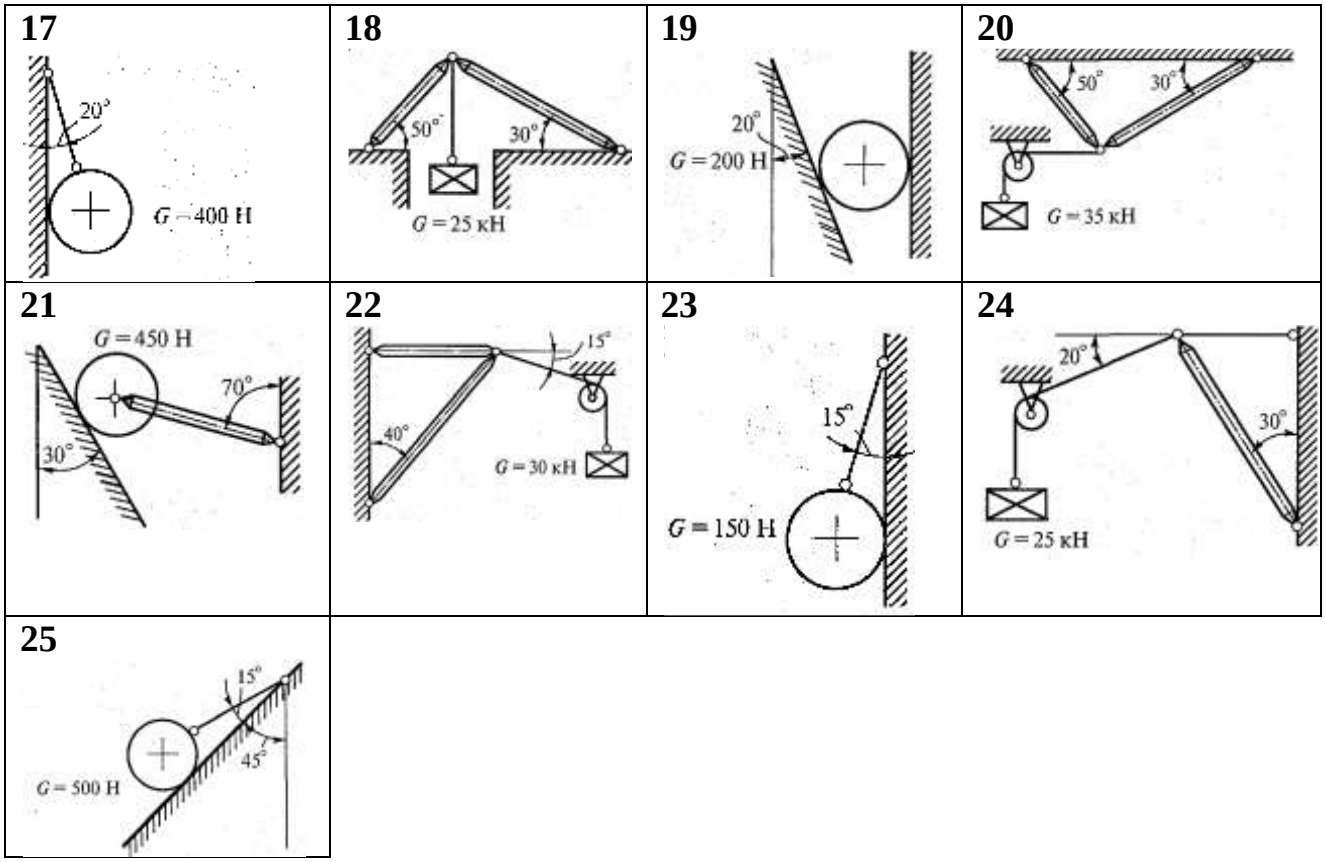


Рис. 1.1

Задача 2. Используя схему (рис. 1.2), определить равнодействующую плоской системы сходящихся сил аналитическим и геометрическим способами, согласно заданному варианту (данные приведены в таблице ниже).

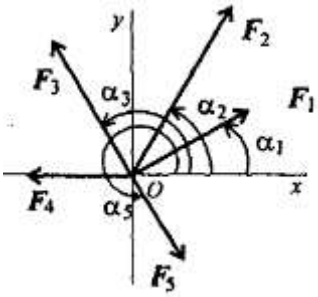


Рис. 1.2

Дано:

№ п/п	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	F_4, кН	F_5, кН	α_1, град	α_2, град	α_3, град	α_4, град	α_5, град
1	12	8	6	4	10	30	45	0	60	300
2	8	12	2	10	6	0	45	75	30	270
3	20	5	10	15	10	0	60	75	150	210
4	3	6	12	15	9	15	45	60	120	270
5	6	12	15	3	18	0	15	45	150	300
6	15	10	8	6	12	45	0	60	160	240
7	4	12	16	7	8	20	80	150	180	290
8	10	15	10	6	12	40	10	160	210	330
9	5	14	12	9	10	30	70	140	250	290
10	18	7	10	14	12	10	65	130	270	350
11	8	4	8	10	18	5	50	90	210	330
12	6	12	10	12	8	10	45	120	240	340
13	10	16	8	10	14	30	90	160	250	300
14	8	10	15	8	18	0	70	150	210	290
15	12	7	10	16	6	45	60	170	260	310

№ п/п	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	F_4, кН	F_5, кН	α_1, град	α_2, град	α_3, град	α_4, град	α_5, град
16	16	10	12	8	8	0	55	120	270	330
17	4	15	20	10	10	20	70	170	220	300
18	18	14	7	10	14	10	60	180	240	350
19	15	12	10	10	7	30	15	90	250	290
20	8	8	20	12	16	20	45	130	180	310
21	6	15	10	18	10	45	90	160	240	300
22	9	10	6	15	8	20	70	180	210	270
23	9	9	14	8	15	0	45	120	260	340
24	16	10	10	7	15	30	55	180	210	270
25	15	12	18	6	10	15	60	150	270	330

Пояснение к решению задачи

1. *Указывают точку, равновесие которой рассматривается.* В задачах для практической работы такой точкой является центр тяжести тела или точка пересечения всех стержней и нитей.

2. *Прикладывают к рассматриваемой точке активные силы.* В задачах для практической работы активными силами являются собственный вес тела или вес груза, которые направлены вниз (правильнее — к центру тяжести земли). При наличии блока вес груза действует на рассматриваемую точку вдоль нити. Направление действия этой силы устанавливается из чертежа. Вес тела принято обозначать буквой G.

3. *Мысленно отбрасывают связи, заменяя их действие реакциями связей.* В предлагаемых задачах используются три вида связей — идеально гладкая плоскость, идеально жесткие прямолинейные стержни и идеально гибкие нити, — в дальнейшем именуемые соответственно плоскостью, стержнем и нитью.

При замене связей их реакциями следует помнить, что реакция плоскости направлена по нормали (перпендикуляру) к ней в точке контакта (соприкосновения), а реакции стержня и нити — по их осям. При этом реакция плоскости направлена от нее и проходит через центр тяжести тела, а реакция нити — от рассматриваемой точки или тела (нить всегда испытывает растяжение). Направление реакции стержня заранее неизвестно, поэтому оно может быть принято произвольно. Если направление реакции стержня трудно определить из схемы, то его принимают растянутым, и реакцию направляют от рассматриваемой точки. Истинное направление будет установлено после решения уравнений.

Реакции нити и стержня принято называть усилиями. Реакцию плоскости обозначают буквой R, а усилие в нити и стержне — S или N. В дальнейшем, если не указывается вид связи или говорится о разных связях, то будет применяться термин «реакция».

К рассматриваемой точке прикладывают реакции связей. Лучше сделать это на отдельном чертеже, выполненном схематически, придерживаясь масштаба при изображении углов. В результате получают систему трех сходящихся сил. Активная сила (груз или собственный вес тела) известна, а реакции связей (их две) неизвестны.

4. *Выбирают положение прямоугольной системы координат.* Начало

координат совмещают с точкой, равновесие которой рассматривается. Положение осей может быть выбрано произвольно и на конечном результате при правильном решении это не отражается. Обычно используют один из двух приемов для выбора направления осей координат. Первый: одну из осей (любую) направляют так, чтобы она совпала с направлением одной из неизвестных реакций, а другая при этом составляла бы с первой угол 90°. Второй: ось y направляют вертикально, а ось x - горизонтально. В частном случае возможен еще один прием для расположения осей: если система сил имеет ось симметрии, то одну из координатных осей совмещают с ней.

Во всех случаях следует определить углы между реакциями и координатными осями и указать их на чертеже.

5. *Составляют уравнения равновесия вида:*

$$1)\ \Sigma X = 0; \qquad 2)\ \Sigma Y = 0.$$

Напомним, что проекцией силы на ось является произведение модуля (величины) этой силы на косинус угла между направлениями действия силы и оси. Если угол между направлениями силы и оси острый, то перед величиной проекции ставится знак «плюс», т.е. сила и ось направлены в одну сторону, если они направлены в противоположные стороны, то ставиться знак «минус».

Решают систему двух уравнений с двумя неизвестными. При этом если одна из осей совпадает с неизвестной реакцией, то одно из двух уравнений содержит только одно неизвестное, что упрощает решение системы.

Если ответ получится со знаком «минус», то это означает, что направление реакции на чертеже было выбрано неверно, т.е. если до составления уравнений равновесия стержень предполагался растянутым, то в действительности он будет сжатым, и наоборот. Такой ответ не является ошибкой решения (если оно выполнено верно), так как чертеж и ответ вместе дают возможность указать истинное направление реакции.

6. *Выполняют проверку решения.* Обычно она делается графическим или другими способами, но может быть выполнена и аналитически. Для этого следует изменить положение осей координат и решить задачу в новой системе. Ответы должны быть одинаковыми.

<u>Пример 1.</u> Определить величину и направление реакций связей для схемы, приведенной на рис. 1.3, *а* под действием груза G = 30 кН. Проверить правильность определения реакций.

Решение:

1. В задаче рассматривается равновесие тела, опирающегося на плоскость и подвешенного на нити. *Заменим тело точкой О, совпадающей с центром тяжести.*

2. *Приложим к точке О активную силу,* которой является собственный вес тела G. Направим ее вниз (рис. 1.3, *б).*

3. *Мысленно отбросим связи — плоскость и нить.* Заменим их действие на точку O реакциями связей. Реакция плоскости (обозначим ее R) проходит по нормали к плоскости в точке A, а реакция или усилие в нити (обозначим ее S) — по нити от точки. Обе реакции и вес тела или линии их действия должны пересекаться в точке O.

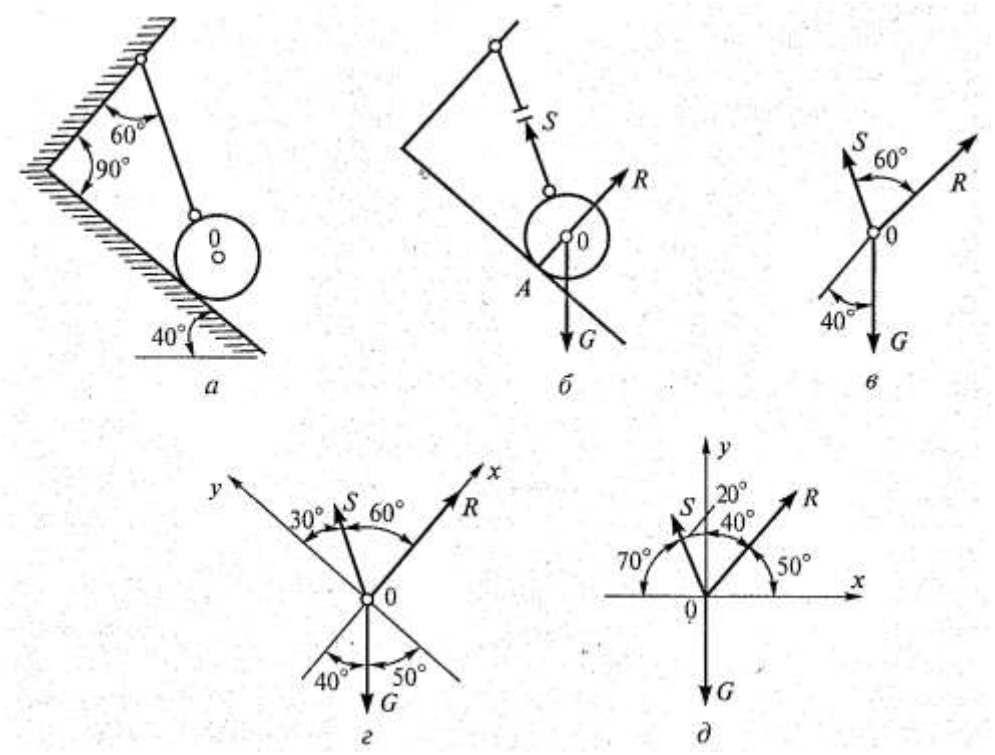


Рис. 1.3

Изобразим действующие силы в виде системы трех сходящихся сил на отдельном чертеже (рис. 1.3, *в).*

4. *Выберем положение системы координат.* Начало координат совмещаем с точкой *O*. Ось *x* совмещаем с направлением линии действия реакции *R*, а ось *y* направим перпендикулярно оси *x* (рис. *1.3, г).* Определим углы между осями координат и реакциями *R* и *S*. Обычно рис. 1.3, *б* и 1.3, *в* не выполняют отдельно, а сразу от рис. 1.3, *а* переходят к рис. 1.3, *г*. Можно было ось *y* совместить с усилием *S*, и ось *x* направить по углом 90°, тогда решение было бы другим.

5. *Составим сумму проекций всех сил на оси координат:*

$$1)\ \Sigma X = R + S\cos 60° - G\cos 40° = 0;$$

$$2)\ \Sigma Y = S\cos 30° - G\cos 50° = 0.$$

Решим систему уравнений. Из второго уравнения находим

$$S = \frac{G\cos 50°}{\cos 30°} = \frac{30\times 0{,}643}{0{,}866} = 22{,}27 \text{ кН}.$$

Из первого уравнения находим

$$R = S\cos 60° + G\cos 40° = 22{,}27 \times 0{,}5 + 30 \times 0{,}766 = 11{,}84 \text{ кН}.$$

6. *Проверим решение,* для чего расположим оси координат, как показано на рис. 1.3 **,** *д.* Составим уравнения равновесия для вновь принятых осей:

$$1)\ \Sigma X = R\cos 50° - S\cos 70° = 0;$$

$$2)\ \Sigma Y = R\cos 40° + S\cos 20° - G = 0.$$

Решим систему уравнений способом подстановки. Из первого уравнения найдем *R:*

$$R = S\frac{\cos 70°}{\cos 50°}.$$

Подставим это выражение во второе уравнение:

$$S\frac{\cos 70°}{\cos 50°}\cos 40° + S\cos 20° - G = 0,$$

откуда

$$S = \frac{G}{\frac{\cos 70°}{\cos 50°}\cos 40° + \cos 20°} = \frac{30}{\frac{0,342}{0,643}0,766+0,94} = 22,27 \text{ кН.}$$

Теперь найдем *R:*

$$R = 22,27\,\frac{0,342}{0,643} = 11,84 \text{ кН.}$$

Очевидно, что при расположении осей, как показано на рис. 1.3, *д,* вычисления оказались более сложными.

Ответ: R = 11,84 кН; S= 22,27 кН.

<u>Пример 2.</u> Определить усилия в нити и стержне кронштейна, показанного на рис. 1.4, *а*, если G= 20 кН.

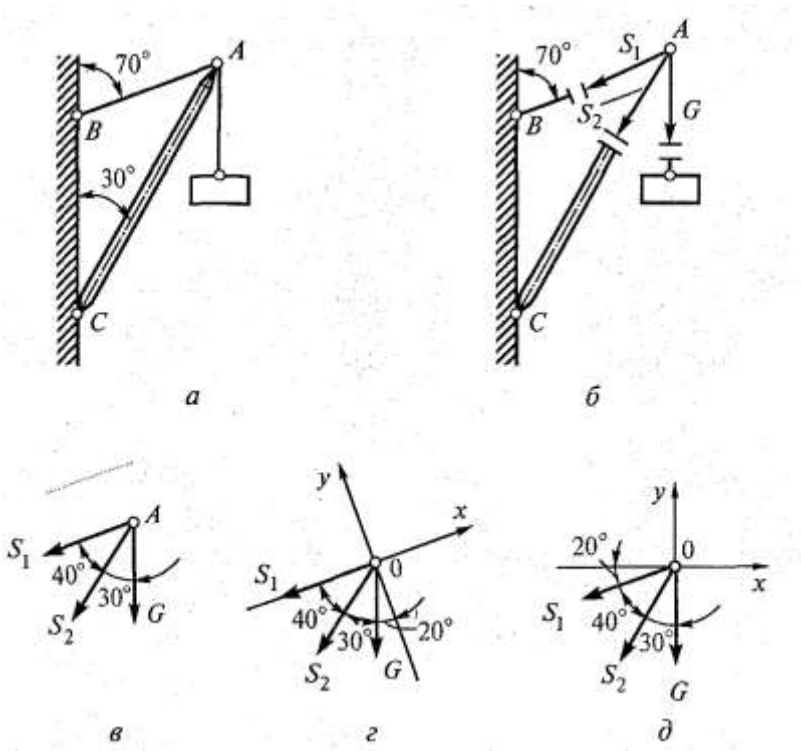


Рис. 1.4

Решение:

1. *Рассмотрим равновесие точки А* (или узла *А),* в которой сходятся все стержни и нити.

2. *Активной силой является вес груза G*, направленный вниз (рис. 1.4, *б).*

3. *Отбросим связи: стержень и нить.* Усилие в нити обозначим S_1 и направим от точки *А,* так как нить может испытывать только растяжение. Усилие в стержне обозначим S_2 и тоже направим от точки *А,* предполагая что стержень *АС* растянут (рис. 1.4, *б).* Выполним на отдельном чертеже схему действия сил в точке *А* (рис. 1.4, *в).*

4. *Выберем положение системы координат.* Начало координат совмещаем с точкой *А* (рис. 1.4, г). Ось *x* совмещаем с линией действия усилия S_1 , а ось *y* располагаем перпендикулярно оси *x*. Укажем углы между осями координат и усилиями S_1 и S_2 (см. рис. 1.3, *г* примера 1).

5. *Составим уравнения равновесия:*

$$1)\ \Sigma X = -S_1 - S_2 \cos 40° - G \cos 70° = 0;$$

$$2)\ \Sigma Y = -S_2 \cos 50° - G \cos 20° = 0.$$

Из второго уравнения находим

$$S_2 = -G\,\frac{\cos 20°}{\cos 50°} = -\frac{20\times 0,94}{0,643} = -29,24 \text{ кН.}$$

Из первого уравнения находим

$$S_1 = - S_2 \cos 40° - G \cos 70° = + 29{,}24 \times 0{,}766 – 20 \times 0{,}342 = 15{,}56 \text{ кН}.$$

Знак «минус» перед S_2 свидетельствует о том, что стержень *АС* не растянут, как предполагалось, а сжат.

6. *Проверку решения* предлагаем выполнить самостоятельно, расположив оси координат так, как показано на рис. 1.4, *д.*

Ответ: S_1 = 15,56 кН, S_2 = -29,24 кН (при принятом на чертеже направлении усилий).

Величина усилий зависит от углов наклона стержня и нити. Например, если на рис. 1.4, *а* угол 70° заменить на 60°, сохранив угол 30°, то усилия будут равны: S_1 = 20 кН, S_2 = -34,64 кН. А при угле 50° S_1 = 29,26 кН, S_2 = -44,8 кН. Оба усилия растут и становятся больше веса груза.

<u>Пример 3.</u> Как изменятся усилия в стержне и нити, если груз будет перекинут через блок, как показано на рис. 1.5, *а*?

Остальные данные по примеру 2.

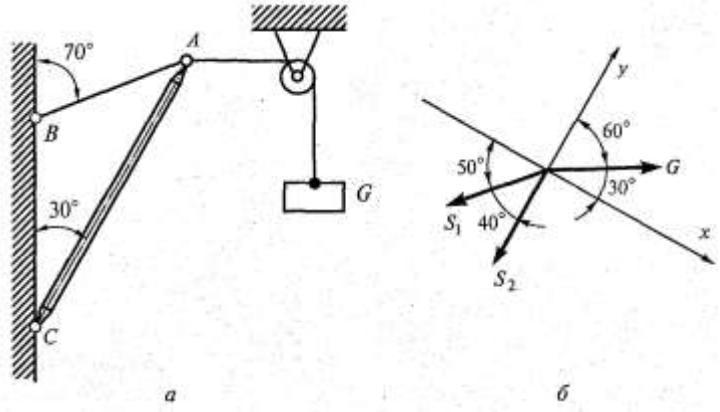


Рис. 1.5

Решение:

1. *Рассматриваемой точкой остается точка А.*

2. *Активная сила (вес груза G) действует на точку горизонтально слева направо*, так как груз перекинут через блок.

3. *Усилия S_1 и S_2 прикладываем к точке А, как в примере 2.*

4. *Выбира1ем систему координат, как показано на рис.* 1.5*, б.*

5. *Составляем и решаем уравнения равновесия:*

$$1)\ \Sigma X = G \cos 30° - S_1 \cos 50° = 0;$$

$$2)\ \Sigma Y = G \cos 60° - S_2 + S_1 \cos 40° = 0.$$

Из первого уравнения находим

$$S_1 = G \frac{\cos 30°}{\cos 50°} = 20 \frac{0{,}866}{0{,}643} = 26{,}94 \text{ кН}.$$

Из второго уравнения находим

$$S_2 = G \cos 60° - S_1 \cos 40° = 20 \times 0{,}5 - 26{,}94 \times 0{,}766 = -10{,}64 \text{ кН}.$$

Ответ: S_1 = 26,94 кН; S_2 = -10,64 кН при принятом направлении усилий на чертеже. Усилие *S1* увеличилось, S_2 — уменьшилось, а знаки не изменились.

<u>Пример 4.</u> Определить равнодействующую плоской системы сходящихся сил аналитическим и геометрическим способами. Дано: F_1= 10 кН; F_2= 15 кН; F_3= 12 кН; F_4= 8к Н; F_5= 8 кН; α_1 = 30°; α_2 = 60°; α_3 = 120°; α_4 = 180°; α_5 = 300°.

Решение:

1. *Определяем равнодействующую аналитическим способом*.

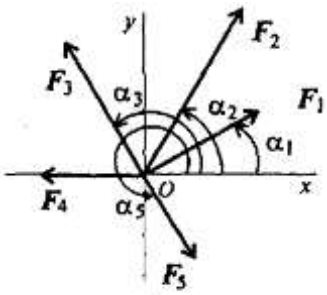
$$\left.\begin{cases} F_{1x} = 10 \times \cos 30^\circ = 8{,}66 \text{ кН}; \\ F_{2x} = 15 \times \cos 60^\circ = 7{,}5 \text{ кН}; \\ F_{3x} = -12 \times \cos 60^\circ = -6 \text{ кН}; \\ F_{4x} = -8 \text{ кН}; \\ F_{5x} = 8 \times \cos 60^\circ = 4 \text{ кН}; \end{cases}\right\} F_{\Sigma x} = \Sigma F_{kx}; \qquad F_{\Sigma x} = 6{,}16 \text{ кН}.$$

$$\left.\begin{cases} F_{1y} = 10 \times \cos 60^\circ = 5 \text{ кН}; \\ F_{2y} = 15 \times \cos 30^\circ = 12{,}99 \text{ кН}; \\ F_{3y} = 12 \times \cos 30^\circ = 10{,}4 \text{ кН}; \\ F_{4y} = 0; \\ F_{5y} = -8 \times \cos 30^\circ = -6{,}9 \text{ кН}; \end{cases}\right\} F_{\Sigma y} = \Sigma F_{ky}; \qquad F_{\Sigma y} = 21{,}49 \text{ кН}.$$

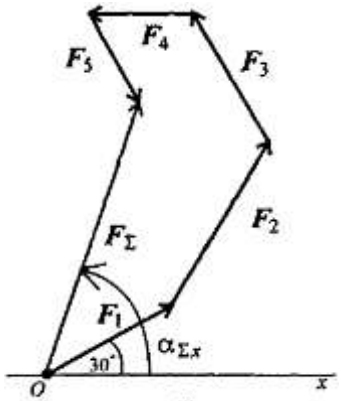
$$F_\Sigma = \sqrt{{F_{\Sigma x}}^2 + {F_{\Sigma y}}^2}\ ; F_\Sigma = \sqrt{6{,}16^2 + 21{,}49^2} = 22{,}36 \text{ кН};$$

$$\cos\alpha_{\Sigma x} = \frac{F_{\Sigma x}}{F_\Sigma}\ ; \quad \cos\alpha_{\Sigma x} = \frac{6{,}16}{22{,}36} = 0{,}2755; \quad \alpha_{\Sigma x} = 74^\circ.$$

2. *Определяем равнодействующую графическим способом.*



а)



б)

С помощью транспортира в масштабе 2мм = 1кН строим многоугольник сил. Измерением определяем модуль равнодействующей силы и угол наклона ее к оси O_x.

$$F_{\Sigma\text{гр}} \approx 22 \text{ кН}; \qquad \alpha_{\Sigma x} = 73^\circ.$$

Результаты расчётов не должны отличаться более чем на 5 %:

$$\frac{F_{\Sigma\text{ан}} - F_{\Sigma\text{гр}}}{F_{\Sigma\text{ан}}} \times 100\% \le 5\%.$$

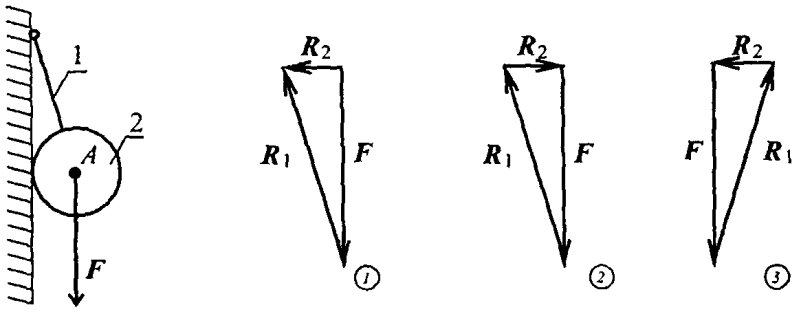
Ответ: F_Σ =22, 36 кН.

VII. Контрольные вопросы.

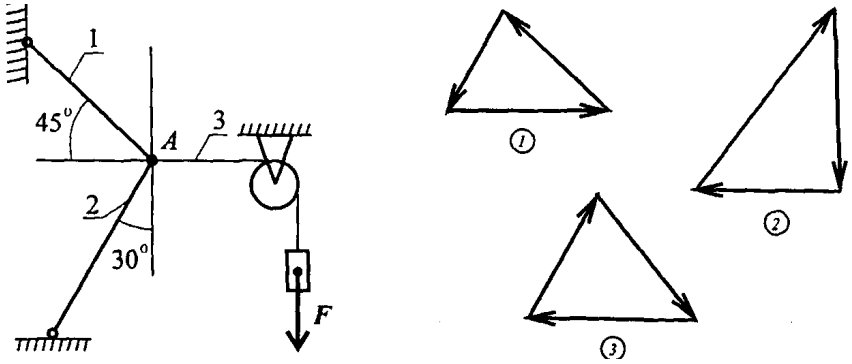
1.По изображенным многоугольникам сил решите, сколько сил входит в каждую систему какая из них уравновешенная. (Обратить внимание на направление векторов).

а) б)

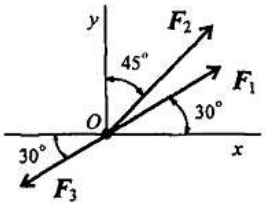
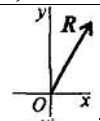
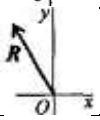
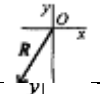
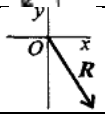
2. Из представленных силовых треугольников выберете треугольник, построенный для точки *А.* Шар подвешен на нити и находится в равновесии. Обратить внимание на направление реакции от гладкой опоры и условие равновесия шара.

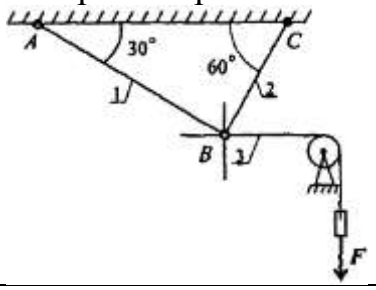
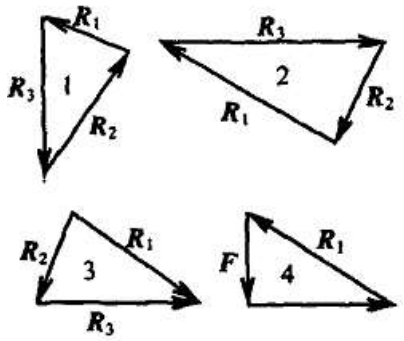
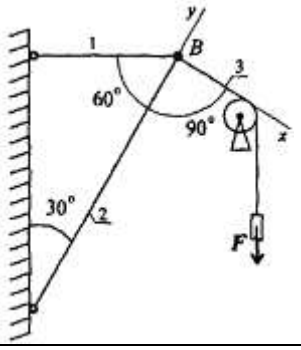


Груз *F* подвешен на канате и находится в равновесии. Обратить внимание на реакции, приложенные к точке *A*. Силы, не приложенные к точке *A,* не рассматриваются. Не забывать об условии равновесия система сил.



3. Ответить на вопросы с тестовыми заданиями по теме «Плоская система сходящихся сил».

№ п/п	Вопросы	Ответы	Код
1	Определить проекции равнодействующей на ось *Ox* при F_1= 10кН, F_2= 20кН,F_3= 30кН. 	R_x = 4,99 кН	1
		R_x = 7,89 кН	2
		R_x = -3,18 кН	3
		R_x = 6,55 кН	4
2	Определить величину равнодействующей силы по ее известным проекциям: R_x = 15 кН; R_y = 8,66 кН.	23,66 кН	1
		17,32 кН	2
		9,5 кН	3
		8,5 кН	4
3	Как направлен вектор равнодействующей системы сил, если известно, что R_x = -4 кН; R_y = 12 кН?		1
			2
			3
			4

4	Груз находится в равновесии. Указать, какой из треугольников для шарнира *B* построен верно.  	 	1 2 3 4
5	Груз *F* находится в равновесии. Указать, какая система уравнений равновесия для точки *B* верна.  	$\sum_0^n F_{kx} = R_3 - R_1 \cos 30° = 0$ $\sum_0^n F_{ky} = R_2 - R_1 \cos 60° = 0$	1
		$\sum_0^n F_{kx} = R_3 - R_1 \cos 60° = 0$ $\sum_0^n F_{ky} = R_2 - R_1 \cos 30° = 0$	2
		$\sum_0^n F_{kx} = R_3 - R_1 \cos 30° + R_2 \cos 90° = 0$ $\sum_0^n F_{ky} = -R_2 + R_1 \cos 60° = 0$	3
		Верный ответ не приведен	4

Практическая работа № 2

I.Тема. «Определение опорных реакций двухопорных и консольных балок»

II. Цель. Научится определять реакции опор балки установленной на двух опорах. Научится определять реакции жесткой заделки консольной балки. Обучить студентов выполнять задания по образцу. Использовать профессиональную направленность при выполнении практического задания.

III. Задачи.

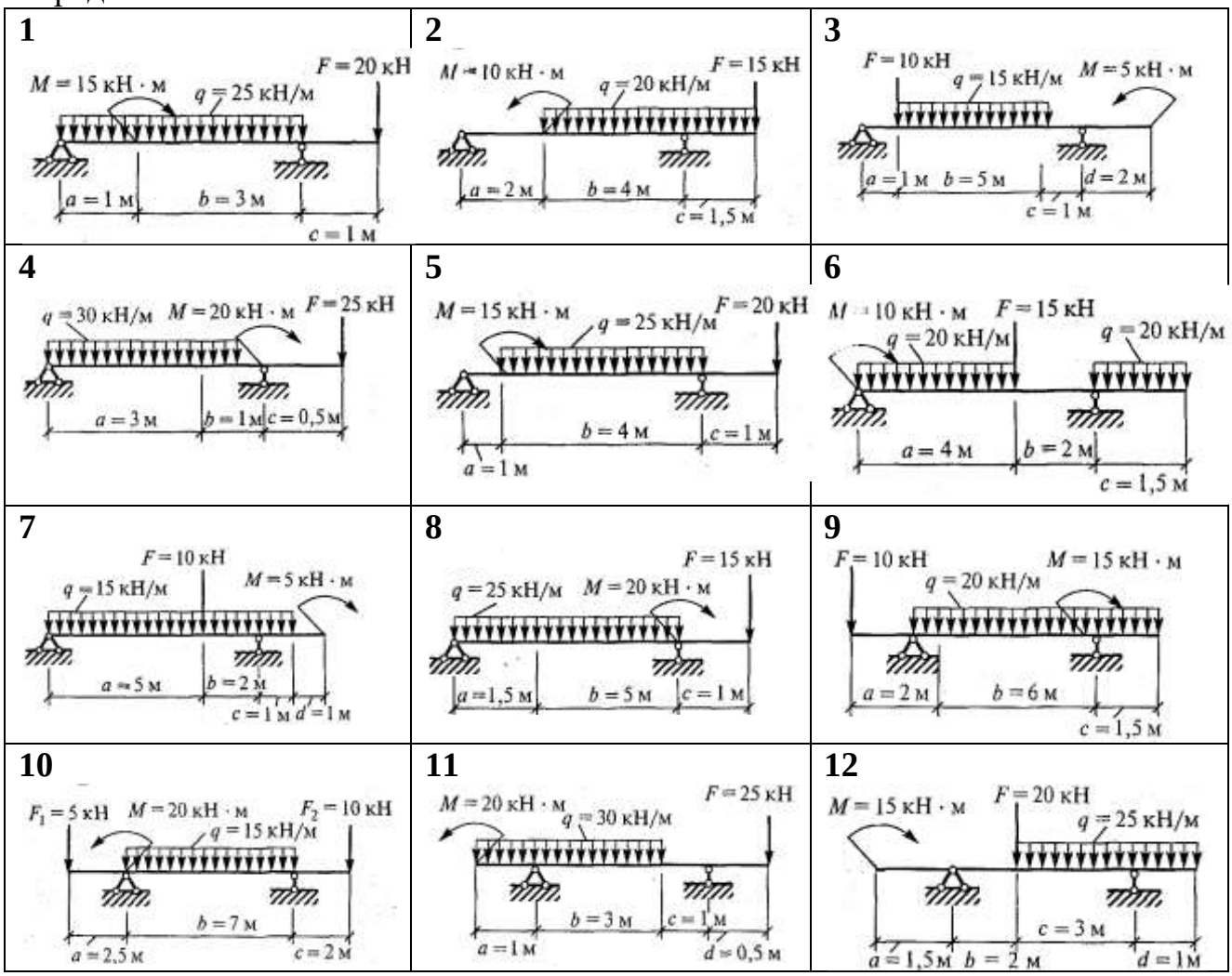
1. Приводить произвольную плоскую систему сил к точке, определяя величины главного вектора и главного момента системы.
2. Усвоить три формы уравнений равновесия и уметь ими пользоваться при определении реакций в опорах балочных систем.

IV. Время выполнения. 2 часа

V. Оборудование. Калькулятор, карандаш, линейка, транспортир, тетрадь для практических работ.

VI. Задание.

Задача 1. Определить опорные реакции балки на двух опорах по данным одного из вариантов, показанных на рис. 2.1. Проверить правильность их определения.



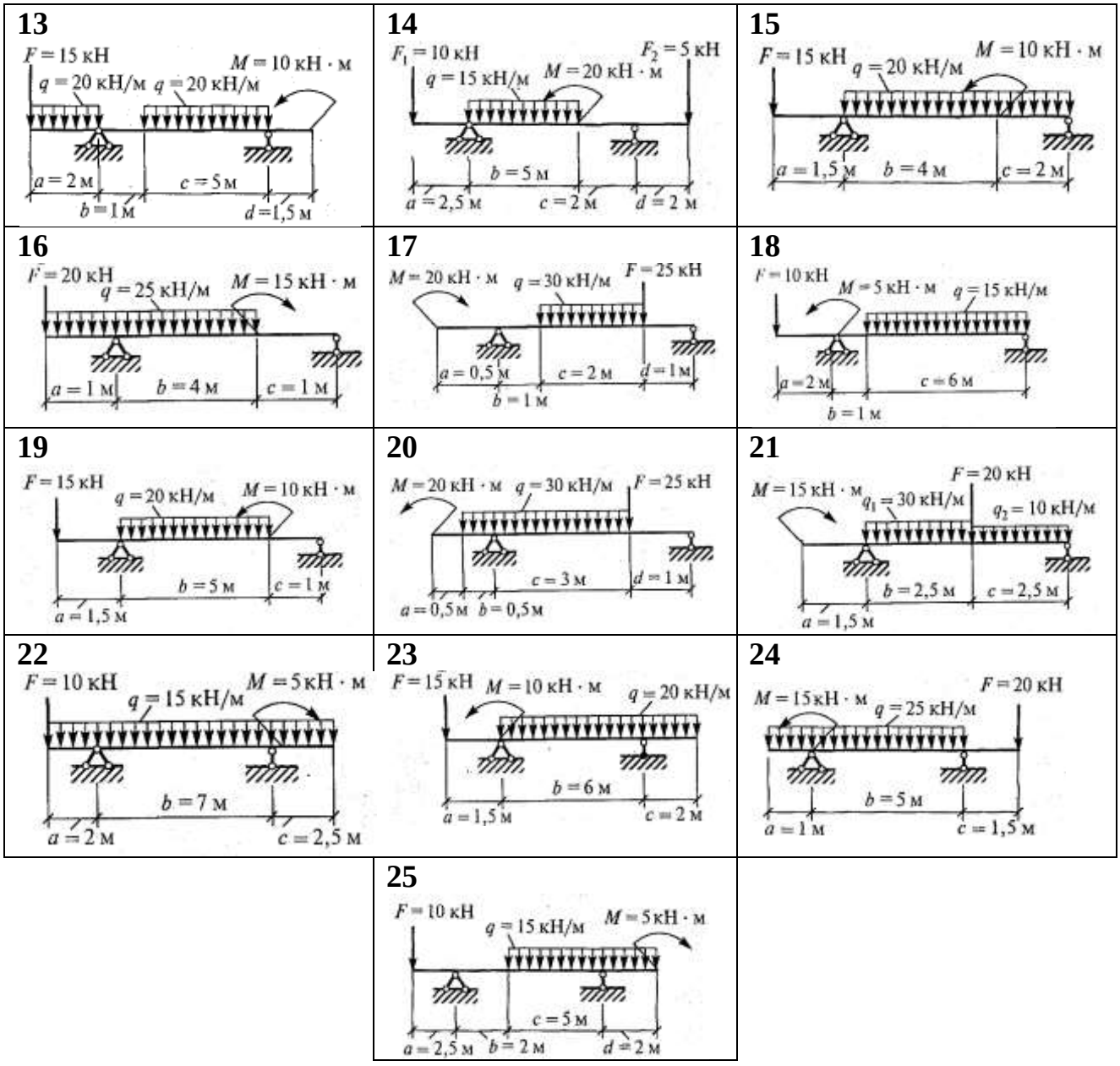
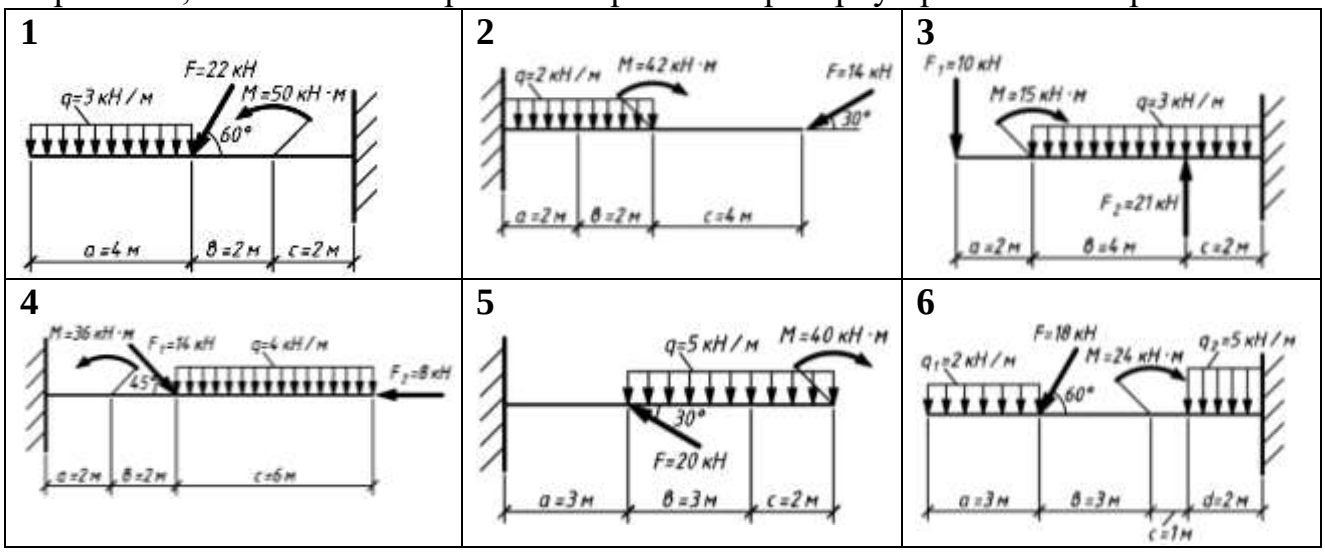


Рис. 2.1

Задача 2. Определить опорные реакции консольной балки по данным одного из вариантов, показанных на рис. 2.2. Провести проверку правильности решения.



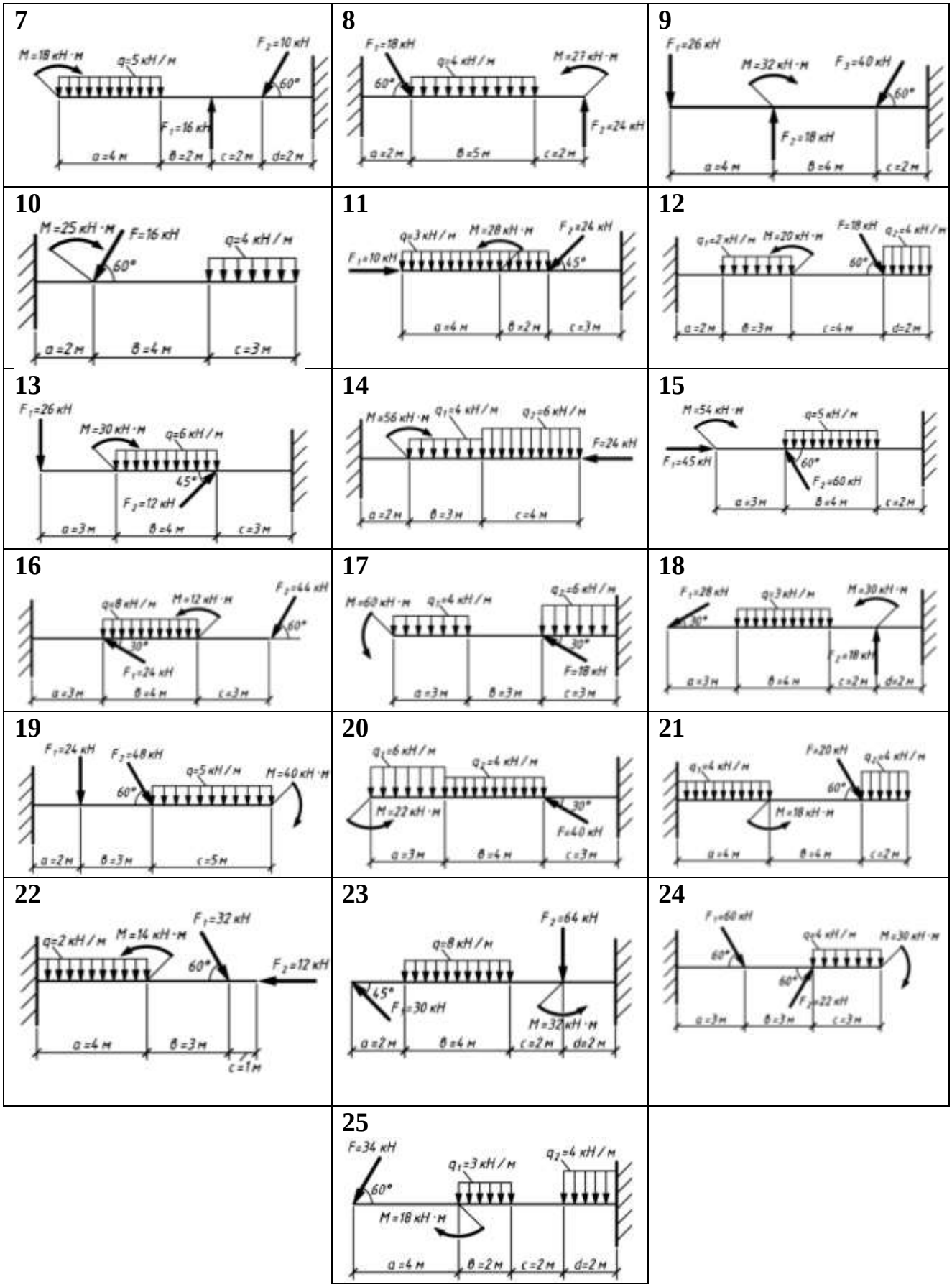


Рис. 2.2

<u>Пояснение к решению задачи</u>

1. *Заменяют распределенную нагрузку ее равнодействующей,* которая является сосредоточенной силой. Для равномерно распределенной нагрузки

равнодействующая равна произведению интенсивности нагрузки q, кН/м, на длину участка l_1 на котором она действует: $F_q = ql_1$ (рис. 2.3).

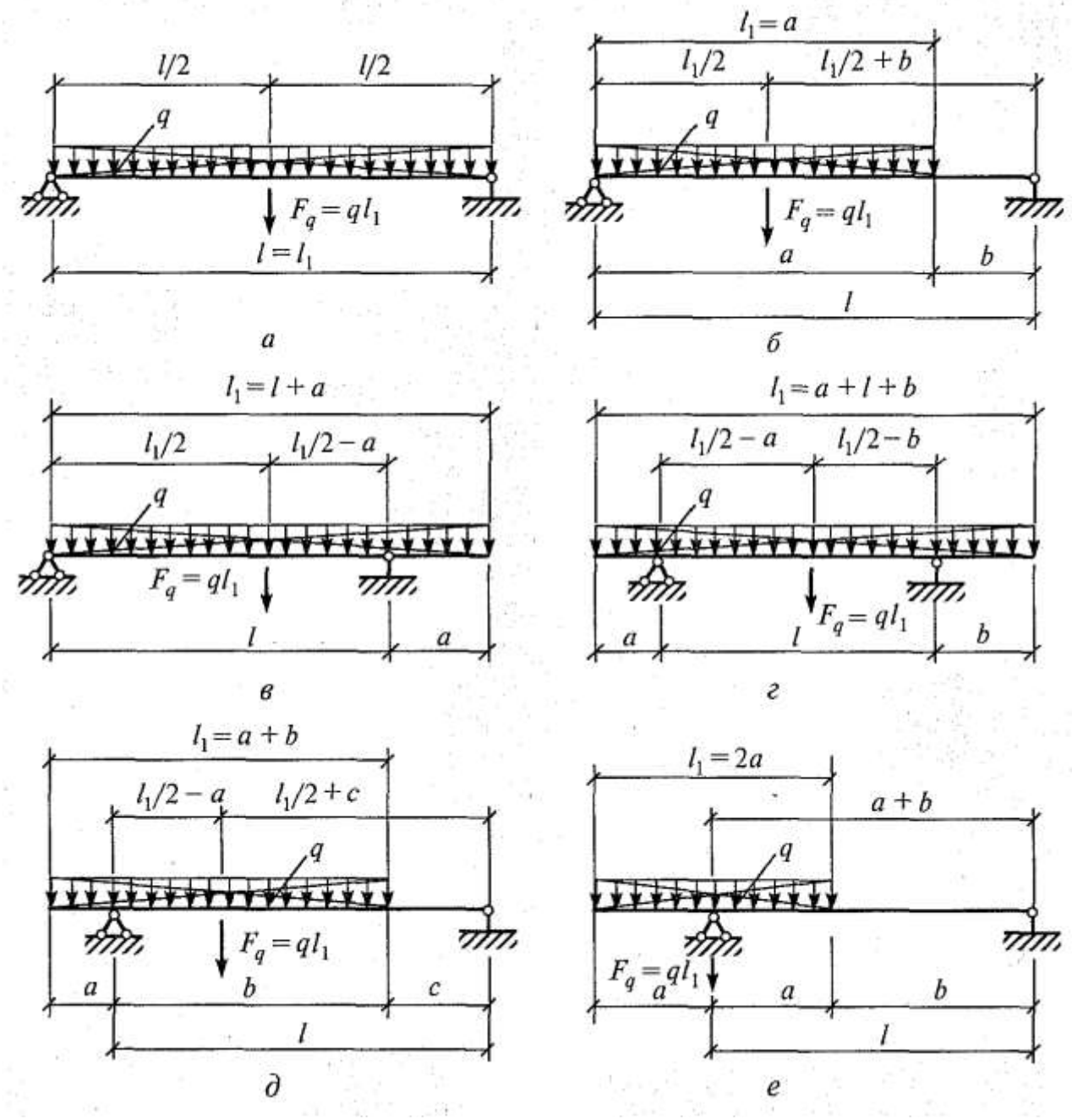


Рис. 2.3

В задачах для практической работы возможны следующие основные случаи действия распределенной нагрузки в зависимости от ее положения относительно опор:

а) нагрузка действует на всем участке балки между опорами (рис. 2.3, *а);*

б) нагрузка действует на части балки между опорами (рис. 2.3, *б);*

в) нагрузка действует на всей длине одно- или двухконсольной балки (рис. 2.3*, в, г);*

г) нагрузка действует на консольной части и участке между опорами (рис. 2.3, д);

д) нагрузка действует симметрично относительно одной из опор (рис. 2.3, *е).*

2. В задачах возможны и другие случаи действия нагрузки, мало отличающиеся от приведенных на рис. 2.3. Перед решением задач рекомендуется уяснить и закрепить порядок нахождения равнодействующей и определения расстояний от нее до опор. При отсутствии навыков решения таких задач необходимо указывать положение равнодействующей относительно опор. В дальнейшем этого можно не делать.

3. *Обозначают опоры.* Общепринято их обозначать буквами *A* и *B*. Простая балка имеет одну шарнирно-неподвижную и вторую шарнирно-подвижную опору.

3. *Освобождаются от опор и заменяют их действие на балку реакциями.* В задачах для самостоятельной работы на балку действуют только вертикальные нагрузки и сосредоточенные моменты. Реакции опор при такой нагрузке будут только вертикальными. Обычно их направляют вверх (против действия основной нагрузки) и обозначают реакцию опоры *A* — R_A, а опоры *B* — R_B.

4. *Составляют уравнения равновесия вида*:

$$1)\ \Sigma M_A = 0; \qquad 2)\ \Sigma M_B = 0.$$

Напомним, что моментом силы относительно точки называется произведение этой силы на плечо — кратчайшее расстояние от этой точки приложения силы (в общем случае до линии действия силы). Если сила стремится повернуть балку относительно рассматриваемой точки по часовой стрелке, то будем считать ее момент положительным, а если против — отрицательным. Сосредоточенный момент не умножается на расстояние до опоры, а правило знаков остается тем же, что для момента силы.

Решают уравнения и находят реакции R_A и R_B.

5. *Выполняют проверку решения.* Для этого составляют уравнение равновесия: $\Sigma Y = 0$.

Сели оно удовлетворено, то реакции найдены правильно, а если нет, то в решении допущена ошибка.

Пример 1. Определить опорные реакции балки, изображенной на рис. 2.4, *а*.

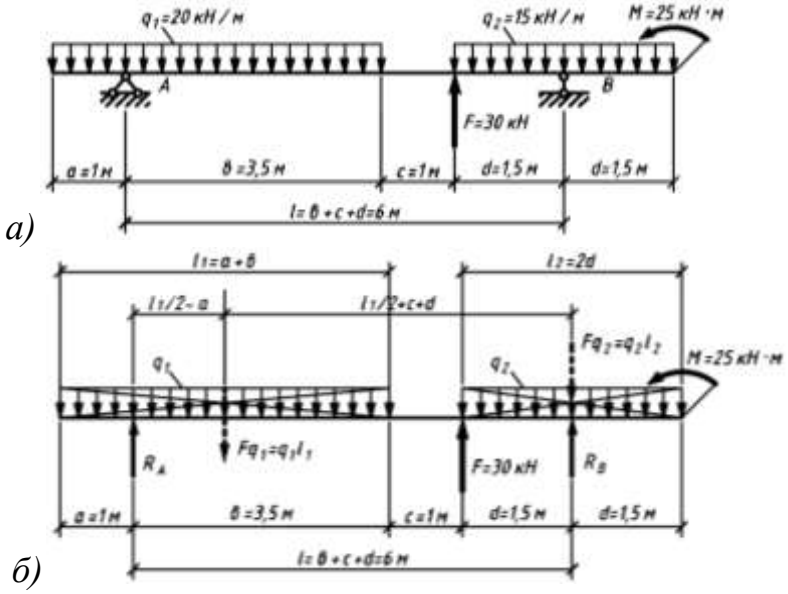


Рис. 2.4

Решение:

1. *Заменяем распределенную нагрузку равнодействующей.* На балку действуют нагрузки разной интенсивности, поэтому для каждой из них найдем равнодействующую:

$F_{q1} = q_1 l_1 = 20 \times 4{,}5 = 90$ кН; $F_{q1} = q_2 l_2 = 15 \times 3 = 45$ кН,

где $l_1 = a + b = 1 + 3{,}5 = 4{,}5$ м; $l_2 = d + d = 1{,}5 + 1{,}5 = 3$ м.

Укажем расстояния от этих сил до каждой из опор (рис. 2.4, *б).*

2. *Обозначим опоры А и В.*

3. *Укажем опорные реакции* R_A *и* R_B. Обычно рис. 2.4, *а* и *б* совмещают в одном.

4. *Составляем уравнения равновесия.* Первое уравнение для нашей задачи примет вид

$$Fq_1 (l_1 / 2 - a) - F(b + c) + Fq_2 l - R_B l - M = 0,$$

откуда

$$R_B = [Fq_1 (l_1/2 - a) - F(b + c) + Fq_2 l - M]/l =$$
$$= \frac{90(4{,}5/2 - 1) - 30(3{,}5 + 1) + 45 \times 6 - 25}{6} = 37{,}1 \text{ кН}.$$

Второе уравнение примет вид

$$R_A l - Fq_1(d + c + l_1/2) + Fd - M = 0,$$

откуда

$$R_A = [Fq_1(d + c + l_l/2) - Fd + M]/I =$$
$$= \frac{90(1{,}5 + 1 + 4{,}5/2) - 30 \times 1{,}5 + 25}{6} = 67{,}9 \text{ кН}$$

5. *Выполним проверку,* используя уравнение $\Sigma Y = 0$, которое примет вид

$$R_A - Fq_1 + F + R_B - Fq_2 = 0$$

или

67,9 - 90 + 30 + 37,1 - 45 = 0, откуда 135 - 135 = 0.

Реакции определены правильно.

Ответ: R_A = 67,9 кН; R_B= 37,1 кН.

Пример 2. Одноопорная (защемленная) балка нагружена сосредоточенными силами и парой сил (рис. 2.5, *а*) Определить реакции заделки и провести проверку правильности решения.

Решение:

1. *В заделке может возникнуть реакция, представляемая двумя составляющими* (R_{AV}; R_{AX}) *, и реактивный момент* M_A . Наносим на схему балки возможные направления реакций (рис. 2.5, *б*).

З а м е ч а н и е . Если направления выбраны неверно, при расчетах получим отрицательные значения реакций. В этом случае реакции на схеме следует направить в противоположную сторону, не повторяя расчета.

В силу малой высоты считают, что все точки балки находятся на одной прямой; все три неизвестные реакции приложены в одной точке. Для решения удобно использовать систему уравнений равновесия в первой форме. Каждое уравнение будет содержать одну неизвестную.

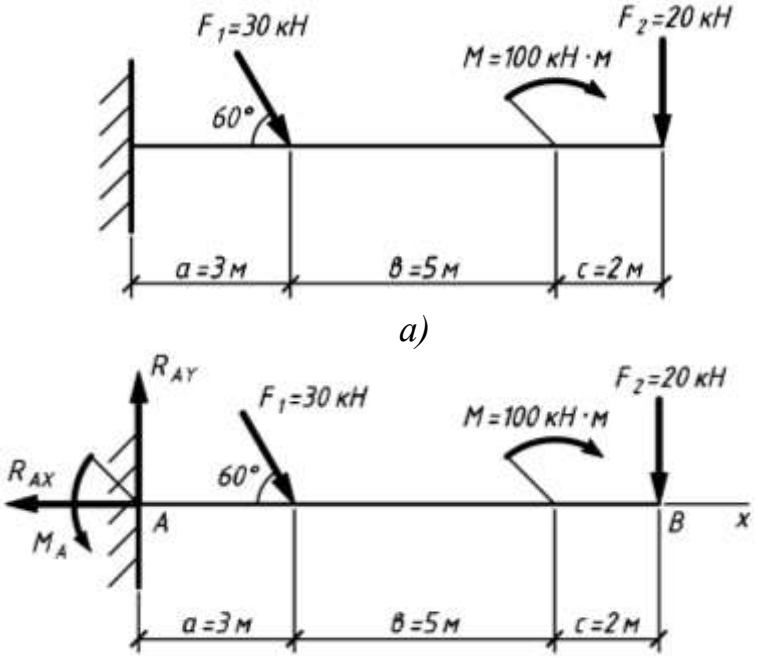


Рис. 2.5

2. *Используем систему уравнений*:

$$\sum_{0}^{n} F_{kx} = 0;\ \sum_{0}^{n} F_{ky} = 0;\ \sum_{0}^{n} m_{kA} = 0.$$

$$\sum_{0}^{n} F_{kx} = -R_{Ax} + F_1 \times \cos 60° + F_2 \times \cos 90° = 0.$$

$$R_{Ax} = F_1 \times \cos 60° + F_2 \times \cos 90° = 30 \times 0{,}5 + 20 \times 0 = 15 \text{ кН}.$$

$$\sum_{0}^{n} F_{ky} = R_{Ay} - F_1 \times \sin 60° - F_2 \times \sin 90° = 0\,.$$

$$R_{Ay} = F_1 \times \sin 60° + F_2 \times \sin 90° = 30 \times 0{,}866 + 20 \times 1 = 45{,}98 \text{ кН}.$$

$$\sum_{0}^{n} m_{kA} = M_A + 30 \times 3 \times \sin 60° + 100 + 20 \times 10 = 0.$$

$$M_A = 377{,}94 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Знаки полученных реакций (+), следовательно, направления реакций выбраны верно.

3. *Для проверки правильности решения составляем уравнение моментов относительно точки B*.

$$\sum m_{kB} = -M_A + R_{Ay} \times 10 - 30 \times 7 \times \sin 60° + 100 = 0.$$

Подставляем значения полученных реакций:

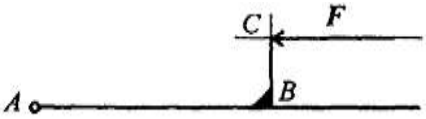
– 377,94 + 45,98 × 10 – 210 × 0,866 + 100 = 0;

– 559,8 + 559,8 = 0.

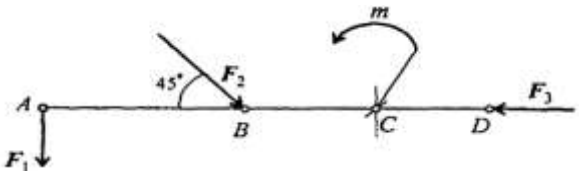
Решение выполнено, верно.

VII. Контрольные вопросы.

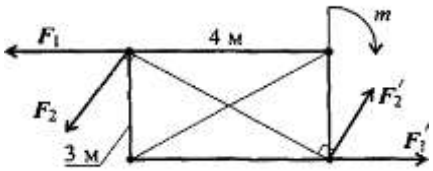
1. Перенести силу F в точку A, используя теорему Пуансо. F= 20 кН; AB = 6 м; ВС = 2 м.



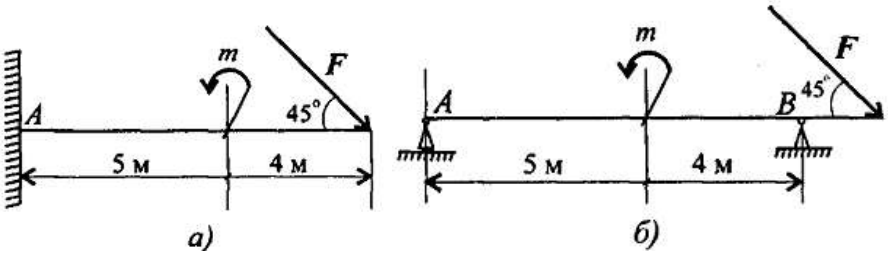
2. Привести систему сил к точке B, определить главный вектор и главный момент системы сил. AB = 2 м; BC = 1,5 м; CD=1 м. F_1= 18 кН; F_2 = 10 кН; F_3 = 30 кН; m = 36 кН·м.



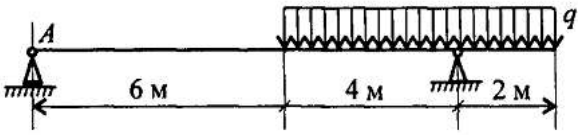
3. Система сил находится в равновесии. Определить величину момента пары m. $F_1 = F'_1$ = 10 кН; $F_2 = F'_2$ = 20 кН.



4. Нанести реакции в опорах балок на рисунке *а* и *б*.



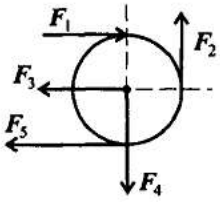
5. Определить величину реакции в опоре A. Приложена распределенная нагрузка интенсивностью q = 5 кН/м

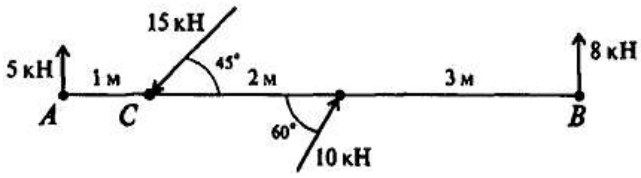
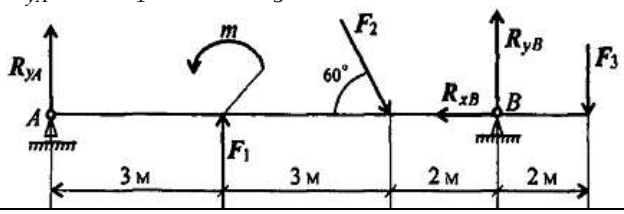
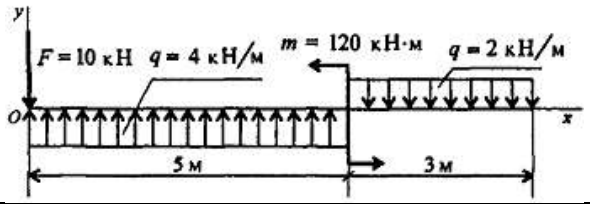
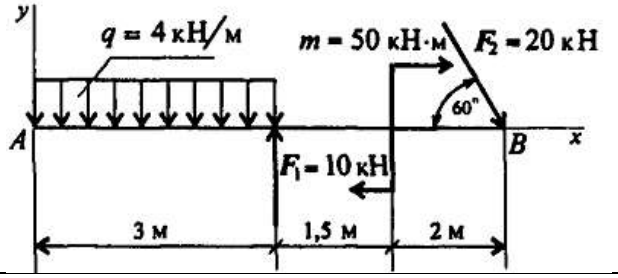


6. Записать систему уравнений равновесия для определения реакций в опоре защемленной балки.

7. Записать систему уравнений равновесия для определения реакций в опорах двухопорной балки, закрепленной на двух шарнирах.

8. Ответить на вопросы с тестовыми заданиями по теме «Произвольная плоская система сил».

№ п/п	Вопросы	Ответы	Код
1	Найти главный вектор системы сил, если: F_1= 2кН, F_2= 3кН,F_3= 5кН,F_4= F_5= 8кН, диаметр колеса 0,8 м. 	5 кН	1
		11кН	2
		12 кН	3
		16 кН	4

2	Найдите главный момент системы. Центр приведения находится в точке *C*.  	49,14 кН·м	1
		52,32 кН·м	2
		54,14 кН·м	3
		64,14 кН·м	4
3	Приводится уравнение равновесия для определения реакции в опоре *A*. Определите, какого члена уравнения не хватает: $R_{yA} \cdot 8 + F_1 \cdot 5 - m + F_3 \cdot 2 + \ldots = 0$  	$F_2 \cos 60^o$	1
		$F_2 \cos 30^o$	2
		$-F_2 \sin 60^o$	3
		$-F_2 \cdot 2 \cdot \sin 60^o$	4
4	Найти главный вектор системы сил.  	2 кН	1
		4 кН	2
		6 кН	3
		8 кН	4
5	Определите алгебраическую сумму моментов относительно точки *B*.  	7 кН·м	1
		25 кН·м	2
		43,3 кН·м	3
		68,3 кН·м	4

Практическая работа № 3

I.Тема. «Определение центра тяжести составного сечения»

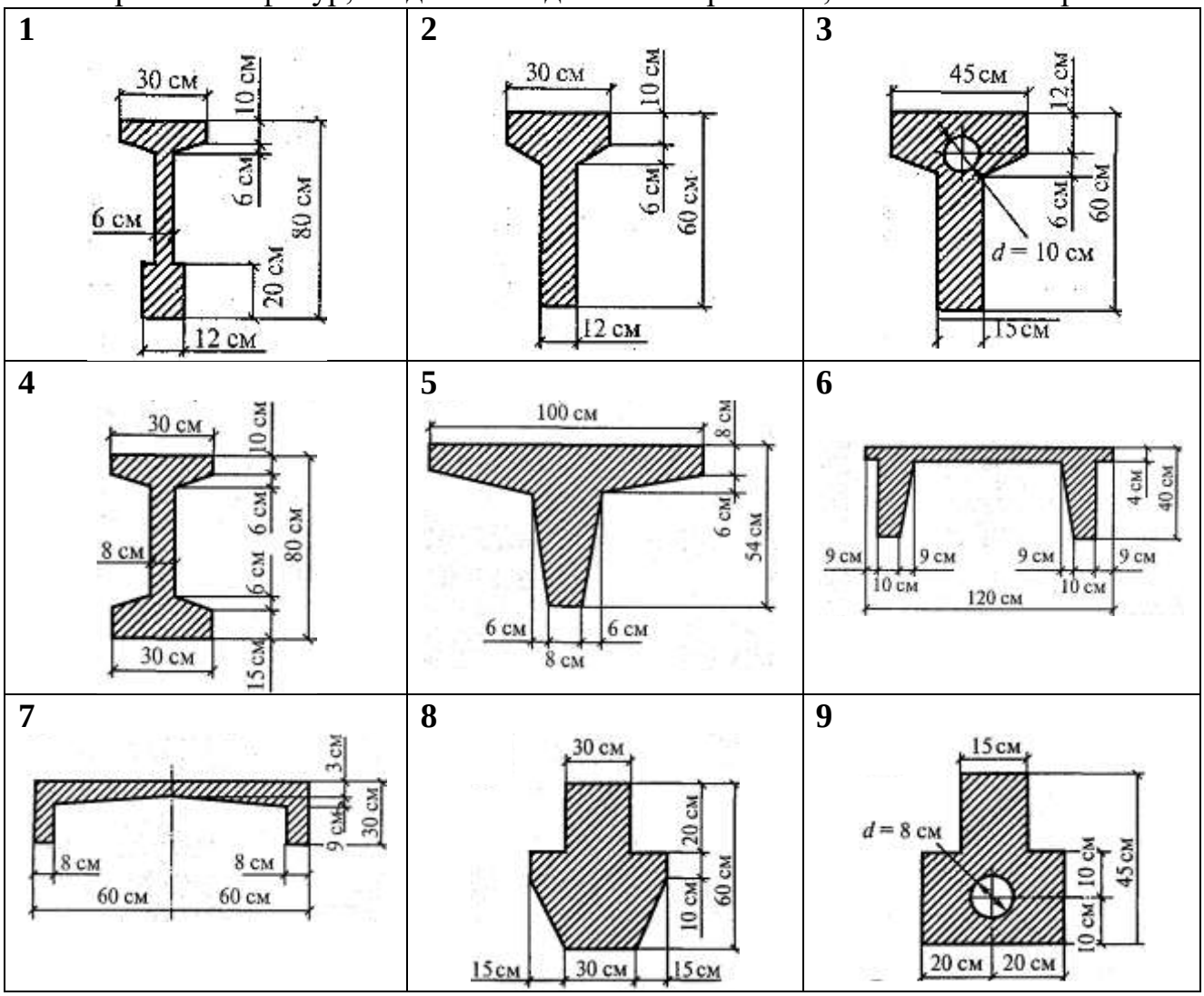
II. Цель. Научится определять координаты центра тяжести плоской фигуры сложной формы.

III. Задачи.
1. Определять статические моменты плоской фигуры.
2. Применять формулы для определения координат центра тяжести плоских фигур.

IV. Время выполнения. 2 часа

V. Оборудование. Калькулятор, карандаш, линейка, транспортир, тетрадь для практических работ.

VI. Задание.
Задача 1.
Определить положение центра тяжести сечения, состоящего из простых геометрических фигур, по данным одного из вариантов, показанных на рис. 3.1.



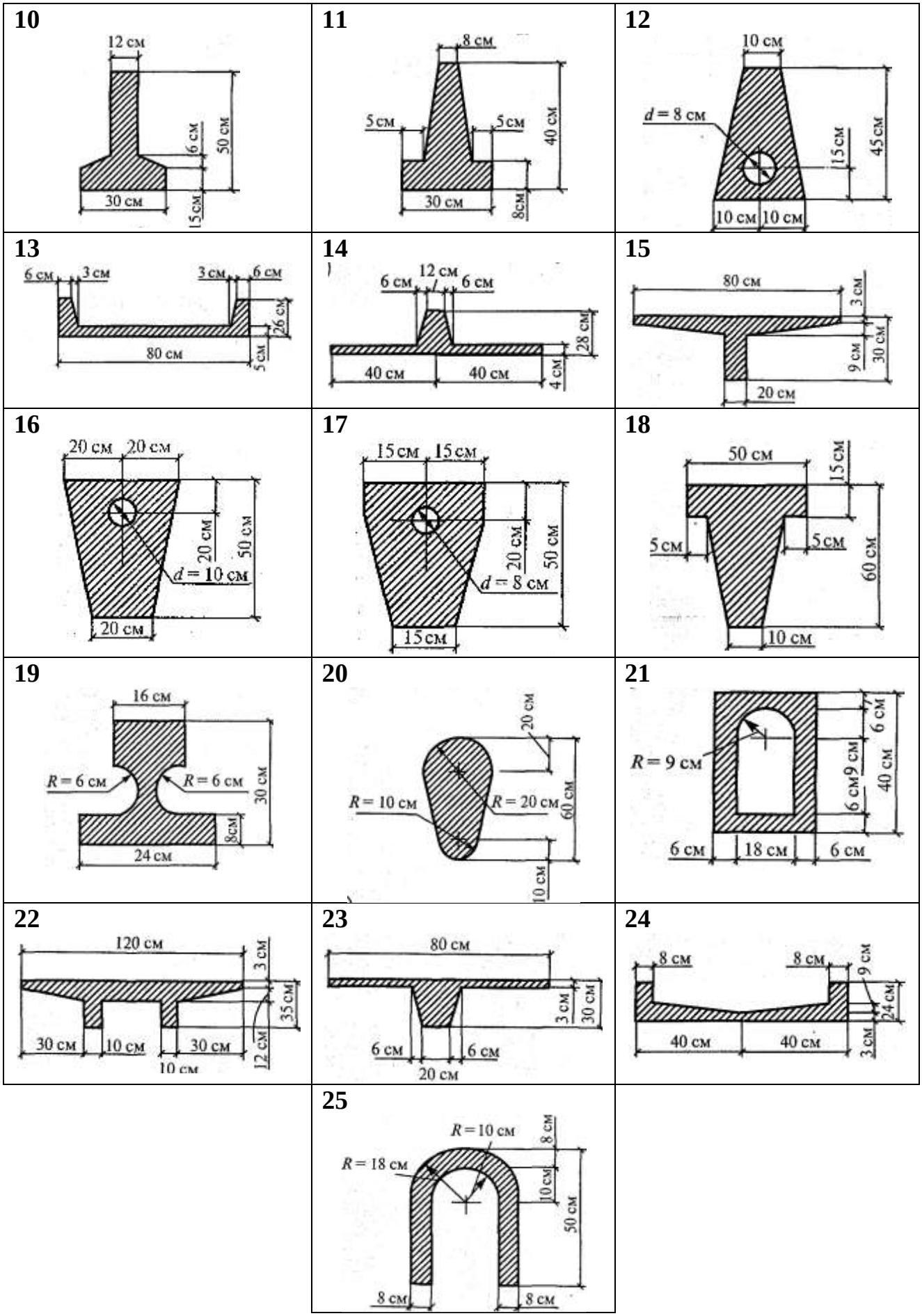
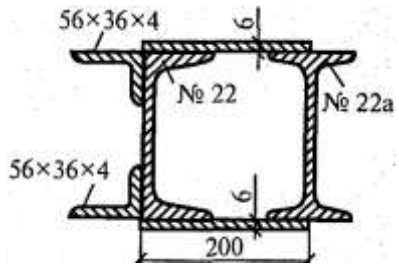

10
12 см
6 см
50 см
30 см
15 см
11
8 см
5 см
5 см
40 см
30 см
8см
12
10 см
d = 8 см
15 см
45 см
10 см
10 см
13
6 см
3 см
3 см
6 см
26 см
80 см
5 см
14
6 см
12 см
6 см
28 см
40 см
40 см
4 см
15
80 см
3 см
9 см
30 см
20 см
16
20 см
20 см
20 см
50 см
d = 10 см
20 см
17
15 см
15 см
20 см
50 см
d = 8 см
15 см
18
50 см
15 см
5 см
5 см
60 см
10 см
19
16 см
R = 6 см
R = 6 см
30 см
8см
24 см
20
20 см
R = 10 см
R = 20 см
60 см
10 см
21
R = 9 см
6 см
9 см
40 см
6 см
6 см
18 см
6 см
22
120 см
3 см
35 см
30 см
10 см
30 см
12 см
10 см
23
80 см
3 см
30 см
6 см
6 см
20 см
24
8 см
8 см
9 см
24 см
40 см
40 см
3 см
25
R = 10 см
8 см
R = 18 см
10 см
50 см
8 см
8 см

Рис. 3.1

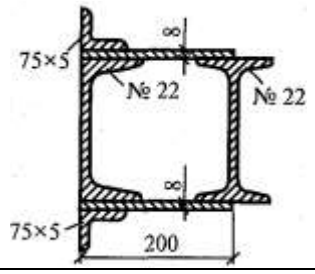
Задача 2.

Определить положение центра тяжести сечения, состоящего из профилей проката, по данным одного из вариантов, показанных на рис. 3.2. Размеры стандартных профилей в приложении I данных методических указаний.

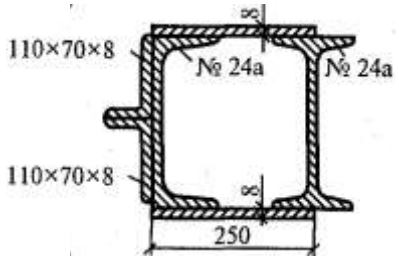
1



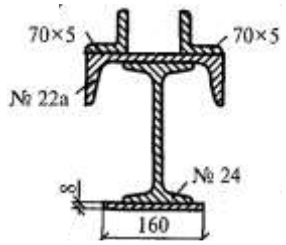
2



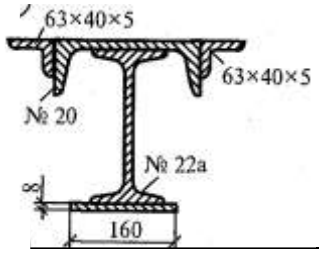
3



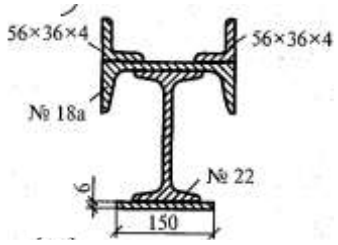
4



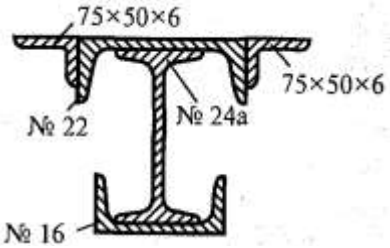
5



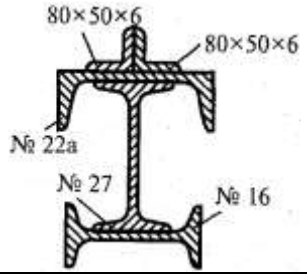
6



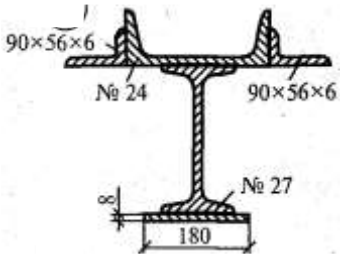
7



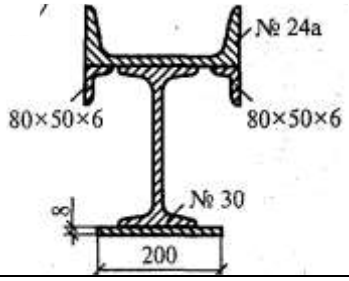
8



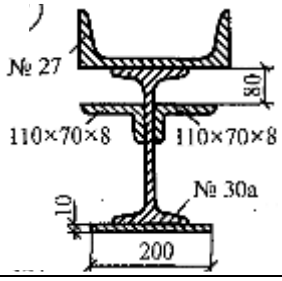
9



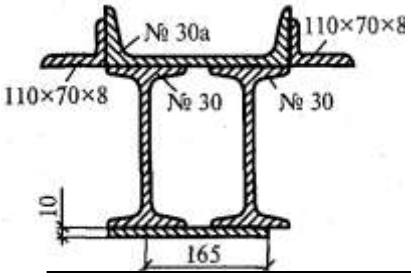
10



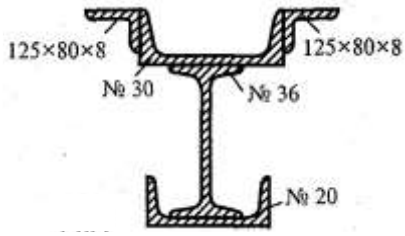
11



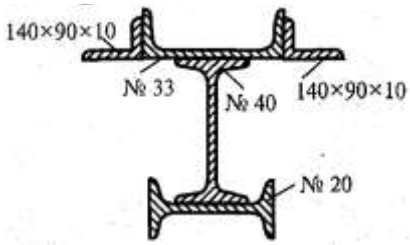
12



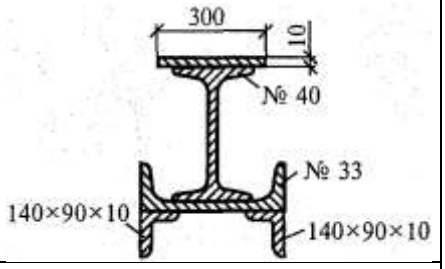
13



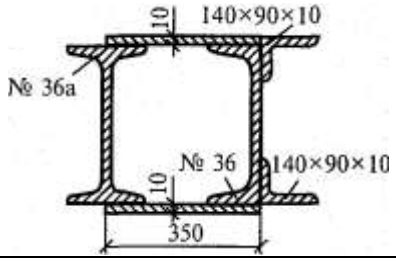
14



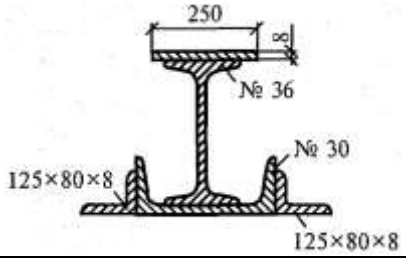
15



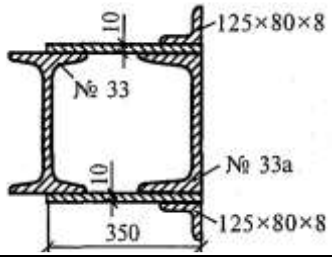
16



17



18



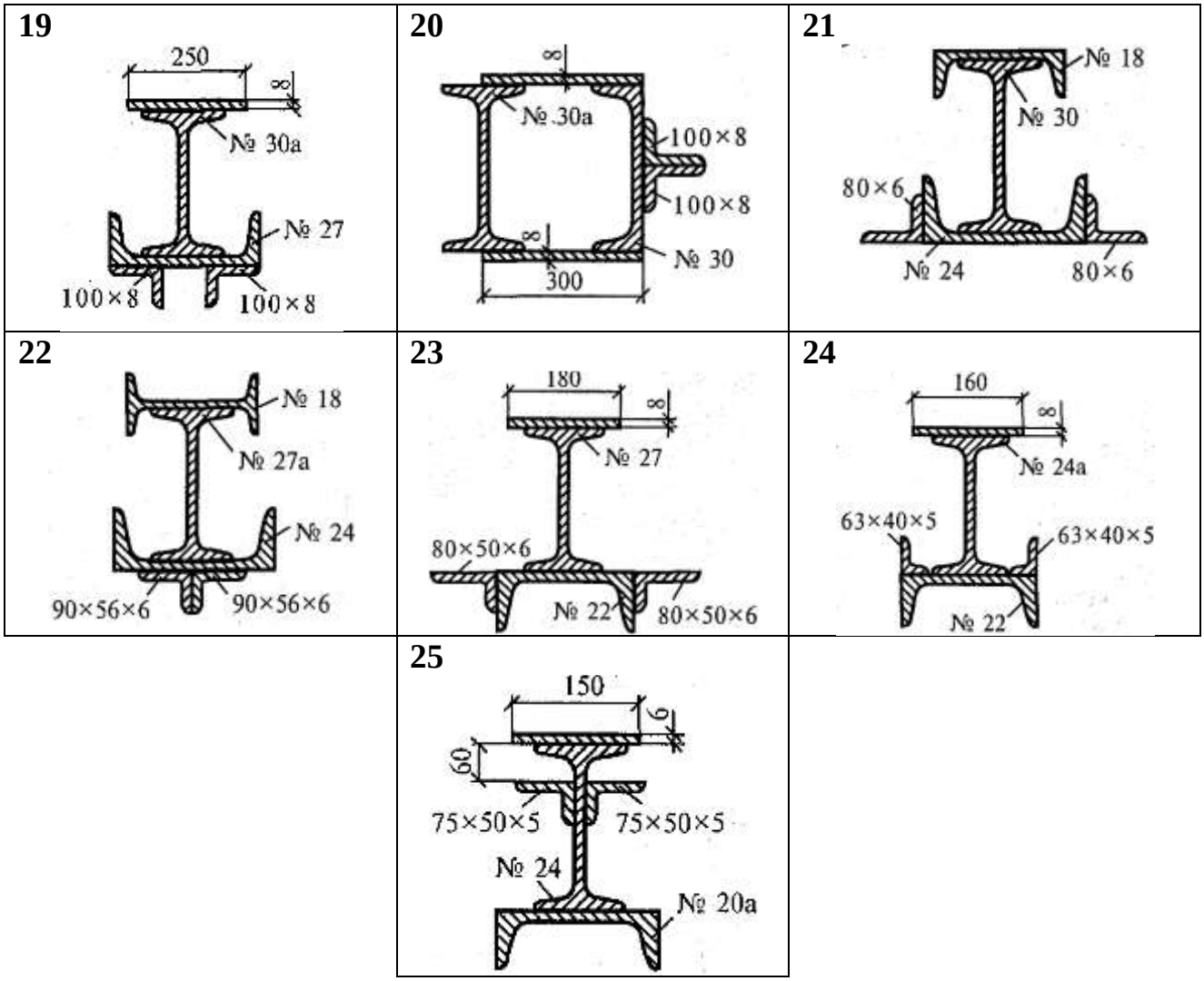


Рис. 3.2

<u>Пояснение к решению задачи</u>

1. *Разбивают сечение на простые фигуры.* В задачах для практической работы такими фигурами являются стандартные профили проката, размеры которых приведены в прил. I. Обычно профили прокатной стали, образующие сечение, обозначают цифрами 1, 2, 3, ...

2. *Указывают центры тяжести каждого профиля* (*фигуры) и обозначают их* C_1, C_2, ..., C_n, используя таблицы ГОСТов (см. прил. I).

3. *Выбирают систему координатных осей.* В задачах для практической работы все сечения имеют одну ось симметрии, поэтому рекомендуется одну из координатных осей совмещать с ней. Вторую ось координат направляют перпендикулярно первой так, чтобы она пересекла центры тяжести одной или нескольких фигур. При этом начало координат может совпадать (или не совпадать) с центром тяжести одной из фигур. Вторую ось можно направить так, чтобы она прошла через нижнюю (крайнюю) точку сечения. В первом случае вычисления будут более простыми.

4. *Составляют формулы для определения координат центра тяжести сечения*:

$$x_C = \frac{A_1x_1 + A_2x_2 + \ldots + A_nx_n}{A_1 + A_2 + \ldots + A_n};$$

$$y_C = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + \ldots + A_n y_n}{A_1 + A_2 + \ldots + A_n}.$$

Пользуясь таблицами ГОСТов (см. прил. I), определяют площади профилей проката A_1 A_2, ..., A_n, координаты их центров тяжести x_1, x_2, ..., x_n и y_1, y_2, y_n относительно выбранных осей координат. Число слагаемых в числителе и знаменателе формул зависит от числа профилей, из которых состоит сечение. Полученные величины подставляют в формулу и находят x_C и y_C. Следует помнить, что если ось x совмещена с осью симметрии, то координата $y_C = 0$, а если ось y совмещена с осью симметрии, то $x_C = 0$.

5. *Указывают положение центра тяжести на рисунке,* придерживаясь определенного масштаба, и показывают расстояние от центра тяжести до координатных осей.

6. *Выполняют проверку правильности решения,* для чего можно изменить положение координатных осей (или одной оси) и найти координаты центра тяжести относительно новых осей. Положение центра тяжести не зависит от того, как выбрана система координатных осей.

<u>Пример 1</u>.

Определить положение центра тяжести сечения, состоящего из простых геометрических фигур (рис. 3.3, *а*).

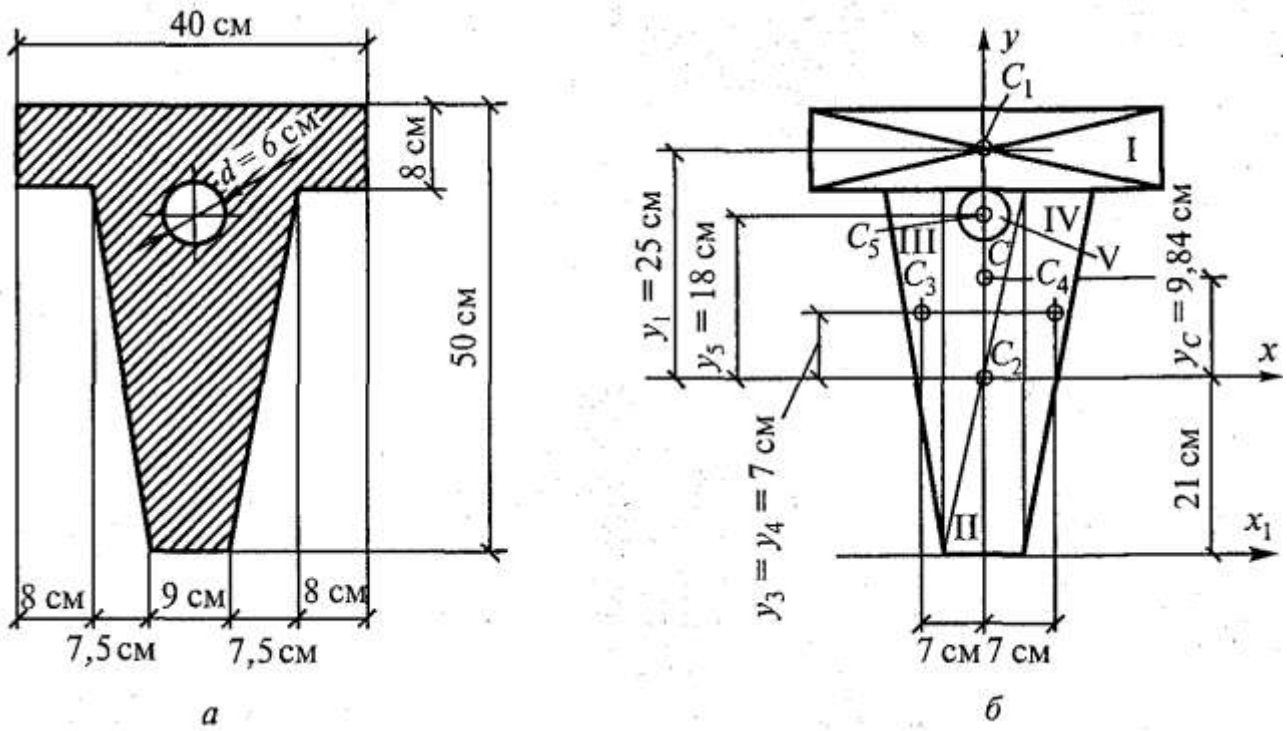


Рис. 3.3

Решение:

1. *Разобьем сечение на пять фигур*: два прямоугольника I и II, два треугольника III и IV, и круг V.

2. *Укажем центры тяжести простых фигур* C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 (рис. 3.3, *б).*

3. *Выберем систему координат.* Ось x проведем через центр тяжести C_2 прямоугольника, а ось y совместим с осью симметрии сечения.

4. *Определим координаты центра тяжести сечения*:

x_C = 0, так как ось y совпадает с осью симметрии. Координату y_C определяем по формуле:

$$y_C = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + 2A_3 y_3 - A_5 y_5}{A_1 + A_2 + 2A_3 - A_5}.$$

Используя прил. II, определим площади фигур и координаты центров тяжести:

$$A_1 = 40 \times 8 = 320 \text{ см}^2; \qquad y_1 = \frac{42}{2} + \frac{8}{2} = 25 \text{ см};$$

$$A_2 = 9 \times 42 = 378 \text{ см}^2; \qquad y_2 = 0;$$

$$A_3 = A_4 = \frac{1}{2} 7{,}5 \times 42 = 157{,}5 \text{ см}^2; \qquad y_3 = y_4 = \frac{2}{3} \times 42 - \frac{1}{2} \times 42 = 28 - 21 = 7 \text{ см};$$

$$A_5 = \frac{3{,}14 \times 6^2}{4} = 28{,}3 \text{ см}^2; \qquad y_5 = 21 - 3 = 18 \text{ см}.$$

Подставим числовые значения в формулу для определения y_C:

$$y_C = \frac{320 \times 25 + 378 \times 0 + 2 \times 157{,}5 \times 7 - 28{,}3 \times 18}{320 + 378 + 2 \times 157{,}5 - 28{,}3} = \frac{9696 \text{ см}^2}{984 \text{ см}^2} \; 9{,}84 \text{см}^2.$$

Для проверки решения ось x_1 можно провести по нижней грани сечения. В этом случае y_C = 30,84 см. Поскольку 30,84 – 21 = 9,84 см, то решение верно.

Ответ: y_C = 9,84 см, если ось x проходит через центр тяжести C_2.

<u>Пример 2.</u>

Определить координаты центра тяжести сечения, составленного из профилей проката, как показано на рис. 3.4, *а.* Сечение состоит из двутавровой балки № 33, швеллера № 27, двух уголков 90х56х6 мм *и* листа сечением 12х180 мм.

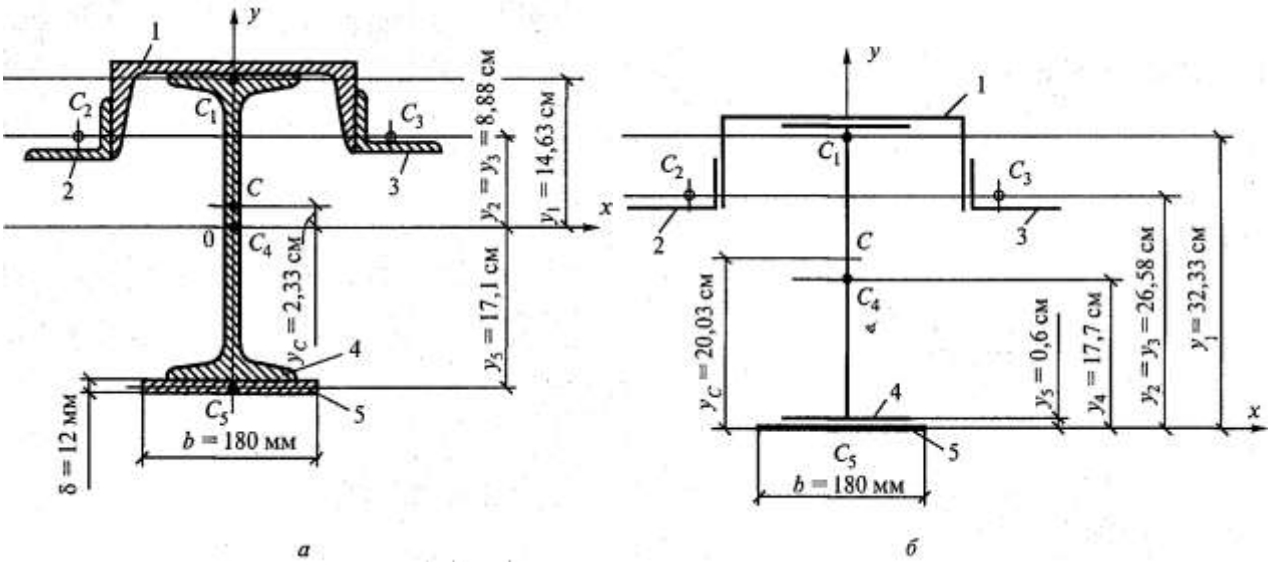


Рис. 3.4

1. *Разобьем сечение в соответствии с профилями проката и обозначим их* 1, 2, 3, 4, 5.

2. Пользуясь табл. 2, 3 и 4 прил. I, *укажем центры тяжести каждого профиля* и обозначим их C_1 C_2, C_3, C_4 и C_5.

3. *Выберем систему осей координат.* Ось y совместим с осью симметрии, а ось x направим перпендикулярно оси y и проведем через центр тяжести двутавровой балки.

4. *Выпишем формулы для определения координат центра тяжести сечения:*

x_C = 0, так как ось y совпадает с осью симметрии;

$$y_C = \frac{A_1y_1 + A_2y_2 + A_3y_3 + A_4y_4 + A_5y_5}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5}.$$

Учитывая, что $A_2 = A_3$, а также, что $y_2 = y_3$, получим:

$$y_C = \frac{A_1y_1 + 2A_2y_2 + A_4y_4 + A_5y_5}{A_1 + 2A_2 + A_4 + A_5}.$$

Определим площади и координаты центров тяжести отдельных профилей проката, используя сечение и табл. 2, 3 и 4 прил. I:

$A_1 = 35{,}2$ см^2; $A_2 = A_3 = 8{,}54$ см^2; $A_4 = 53{,}8$ см^2; $A_5 = 1{,}2 \times 18 = 21{,}6$ см^2;

$$y_1 = h_{дв} / 2 + d_{шв} - z_{0(шв)} = \frac{33}{2} + 0{,}6 - 2{,}47 = 14{,}63 \text{ см};$$

$$y_2 = y_3 = h_{дв} / 2 + d_{шв} - b_{шв} + x_{0(уг)} = \frac{33}{2} + 0{,}6 - 9{,}5 + 1{,}28 = 8{,}88 \text{ см};$$

$y_4 = 0$, так как ось x проходит через центр тяжести двутавра;

$$y_5 = -(h_{дв} / 2 - \delta_{листа} /2) = -\frac{33}{2} + \frac{1{,}2}{2} = = -17{,}1 \text{ см}.$$

Подставим полученные значения в формулу для определения y_C:

$$y_C = \frac{35{,}2\times14{,}63+2\times8{,}54\times8{,}88+53{,}8\times0+21{,}6\times(-17{,}1)}{35{,}2+2\times8{,}54+53{,}8+21{,}6} = \frac{297{,}3}{127{,}7} = 2{,}33 \text{ см}.$$

Укажем положение центра тяжести сечения C (см. рис. 3.4, *а)*.

5. *Проверка решения.* Проведем ось x по нижней грани листа (рис. 3.4, *б)*. Площади профилей останутся теми же, а координаты центров тяжести изменятся:

$$y_1 = \delta_{листа} + h_{дв} + d_{шв} - z_{0(шв)} = 1{,}2 + 33 + 0{,}6 - 2{,}47 = 32{,}33 \text{ см};$$

$$y_2 = \delta_{листа} + h_{дв} + d_{шв} - b_{шв} + x_{0(уг)} = 1{,}2 + 33 + 0{,}6 - 9{,}5 + 1{,}28 = 26{,}58 \text{ см};$$

$$y_2 = y_3 = 26{,}58 \text{ см};$$

$$y_4 = \delta_{листа} + h_{дв} / 2 = 1{,}2 + \frac{33}{2} = 1{,}2 + 16{,}5 = 17{,}7 \text{ см};$$

$$y_5 = \delta_{листа} /2 = \frac{1{,}2}{2} = 0{,}6 \text{ см}.$$

Определим положение центра тяжести в новой системе координат

$$y_C = \frac{3{,}25\times32{,}33+2\times8{,}54\times26{,}58+53{,}8\times17{,}7+21{,}6\times0{,}6}{35{,}2+2\times8{,}54+53{,}8+21{,}6} = \frac{2557}{127{,}7} = 20{,}03 \text{ см}.$$

Разность между координатами центра тяжести должна быть равна расстоянию между осями x в первом и во втором решении:

$$20{,}3 - 2{,}33 = \frac{33}{2} + 1{,}2,$$

откуда 17,7 см = 17,7 см.

Ответ: $y_C = 2{,}33$ см, если ось x проходит через C_4, и $y_C = 20{,}03$ см, если ось x проходит по нижней грани.

VII. Контрольные вопросы.

1. Определить положение центра тяжести каждой из фигур, составляющих сечение (рис. 3.5). Размеры на чертеже указаны в мм.
2. Определить координату x_C изображенного сечения (рис.3.6).

З а м е ч а н и е . Сечение расчленить на три части.

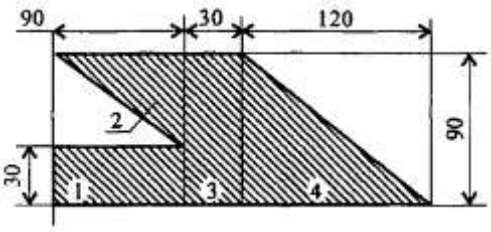


Рис. 3.5

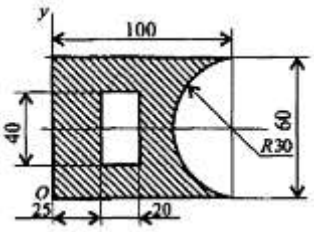


Рис. 3.6

3. Сколько координат центра тяжести нужно определять расчетным путем для каждого из изображенных сечений (рис. 3.7)?

4. По таблицам ГОСТ определить необходимые параметры сечений (рис.3.8).

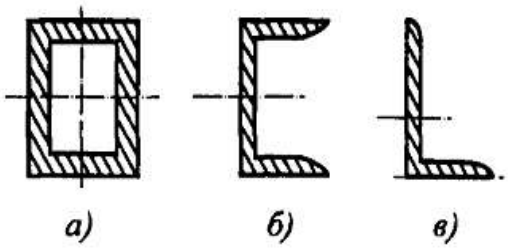


Рис. 3.7

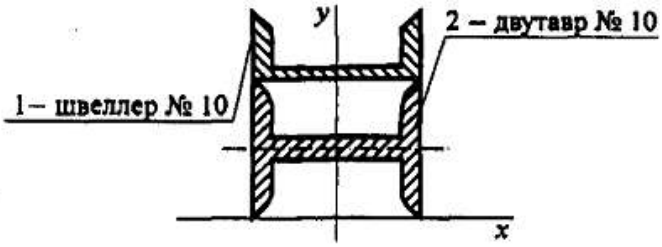


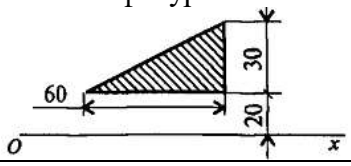
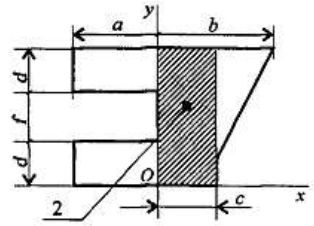
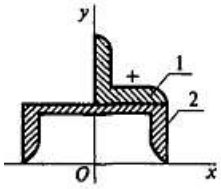
Рис. 3.8

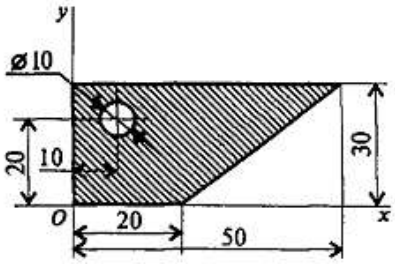
5. Определить координату y_C фигуры (рис. 3.8).

6. Какая характеристика сечения определяется по указанной формуле?

$$1.\ \sum A_k x_k.\quad 2.\ \frac{\sum V_k x_k}{\sum V_k}.\quad 3.\ \frac{\sum G_k x_k}{\sum G_k}.\quad 4.\ \frac{\sum G_k y_k}{\sum G_k}.$$

7. Ответить на вопросы с тестовыми заданиями по теме «Центр тяжести».

№ п/п	Вопросы	Ответы	Код
1	Выбрать формулу для расчета координат центра тяжести тела, составленного из объемных частей.	$x_C = \frac{\sum G_k x_k}{\sum G_k};\ y_C = \frac{\sum G_k y_k}{\sum G_k}$	1
		$x_C = \frac{\sum \ell_k x_k}{\sum \ell_k};\ y_C = \frac{\sum \ell_k y_k}{\sum \ell_k}$	2
		$x_C = \frac{\sum A_k x_k}{\sum A_k};\ y_C = \frac{\sum A_k y_k}{\sum A_k}$	3
		$x_C = \frac{\sum V_k x_k}{\sum V_k};\ y_C = \frac{\sum V_k y_k}{\sum V_k}$	4
2	Вычислить статический момент данной плоской фигуры относительно оси O_x. 	$9 \cdot 10^3$ мм^3	1
		$27 \cdot 10^3$ мм^3	2
		$36 \cdot 10^3$ мм^3	3
		$42 \cdot 10^3$ мм^3	4
3	Определить координаты центра тяжести фигуры 2 относительно осей Ox и Oy; a = 80 мм; b = 90 мм; c = 30 мм; $d = f$ = 20 мм. 	x_C = 15 мм; y_C = 30 мм	1
		x_C = - 40 мм; y_C = 35 мм	2
		x_C = 25 мм; y_C = 50 мм	3
		x_C = - 25 мм; y_C = 30 мм	4
4	Определить координату y_C центра тяжести фигуры 1 (уголок 70×70×5) относительно оси Ox (фигура 2 – швеллер №20). 	64 мм	1
		83 мм	2
		95 мм	3
		163,5 мм	4

5	Вычислить координату y_C центра тяжести составного сечения. 	19 мм	1
		21 мм	2
		17 мм	3
		25 мм	4

Практическая работа № 4

I.Тема. Подбор сечения растянутого (сжатого) стержня из расчета на прочность.

II. Цель. Научить самостоятельно определять усилия в стержнях, работающих на осевое растяжение и сжатие. Проверка прочности. Подбор сечения.

III. Задачи.

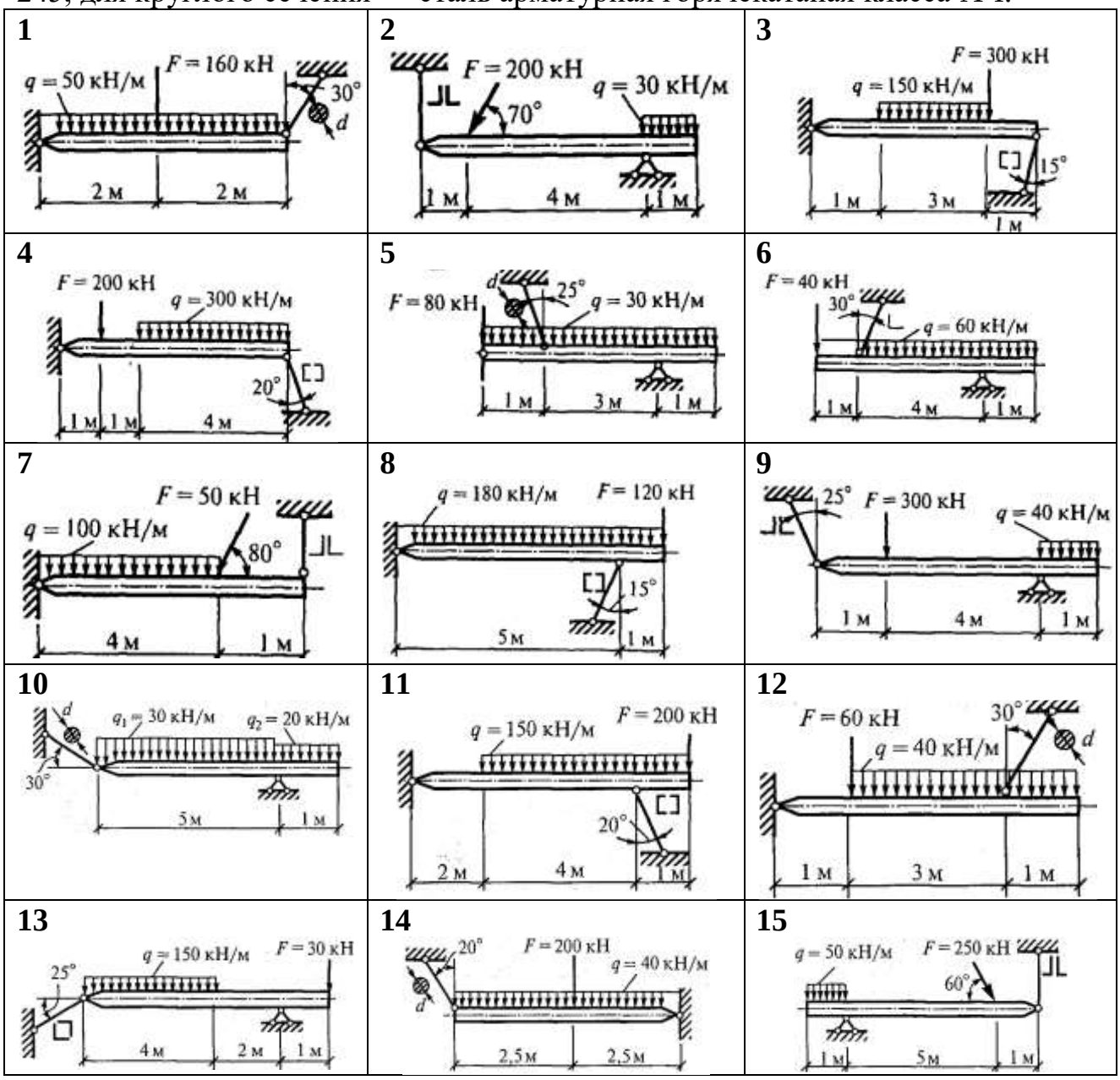
1. Умение делать проверку прочности.
2. Умение подбирать сечение.

IV. Время выполнения. 2 часа

V. Оборудование. Калькулятор, карандаш, линейка, транспортир, тетрадь для практических работ.

VI. Задание.

Задача. Подобрать сечение стержня-подвески (или колонны), поддерживающего брус *AB* по данным одного из вариантов, приведенных на рисунке 4.1. Материал стержня для фасонных профилей — прокатная сталь С-245, для круглого сечения — сталь арматурная горячекатаная класса А-I.



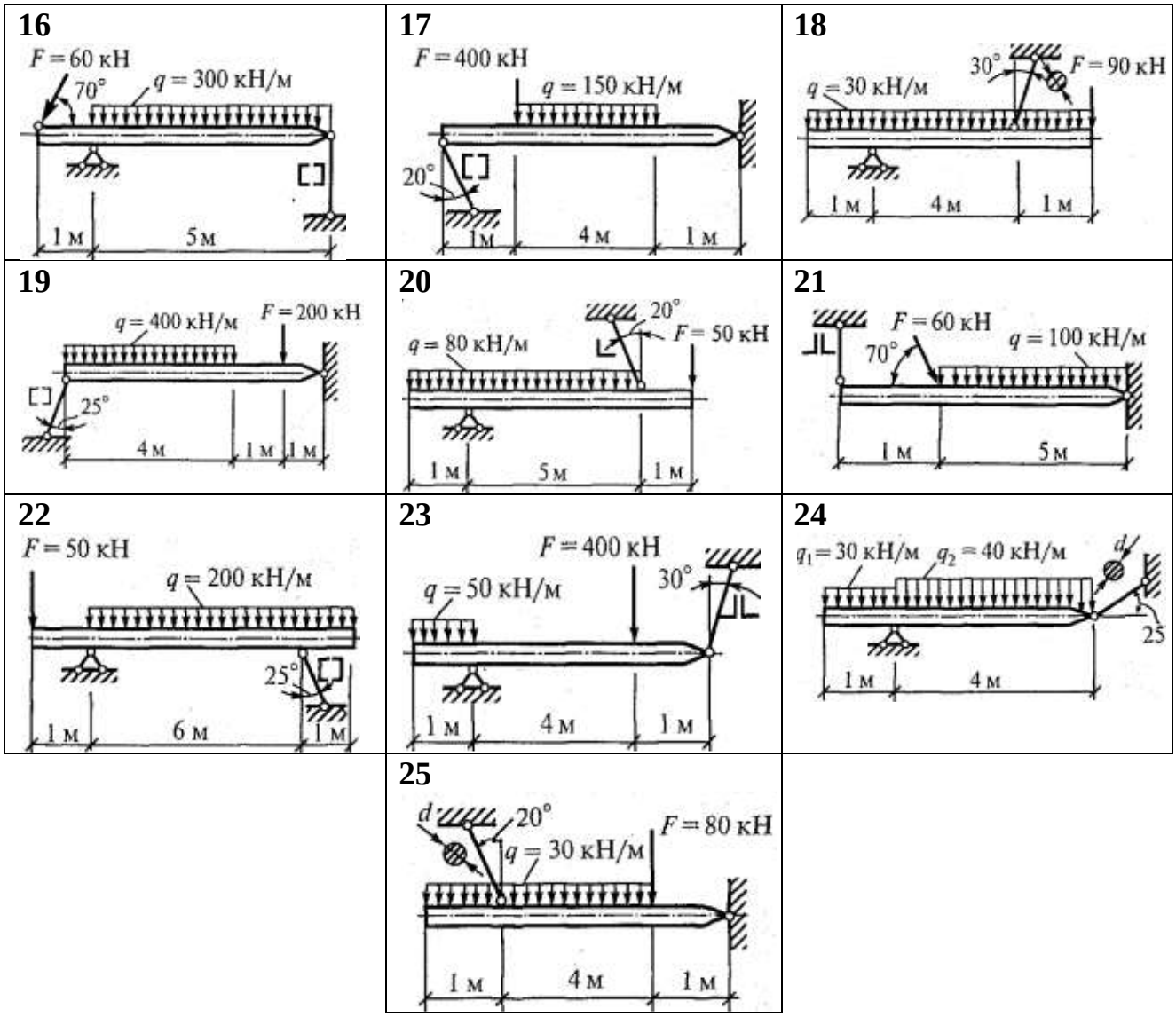


Рис. 4.1

<u>Пояснение к решению задачи</u>

1. *Мысленно отбрасывают связи и заменяют их действие на брус реакциями.* В задачах для практической работы абсолютно жесткий брус удерживается в равновесии шарнирно-неподвижной опорой и одиночным стержнем (подвеской или колонной).

По условию задачи требуется рассчитать только стержень, поэтому рекомендуется показать усилие в стержне N и не показывать реакций опоры, определение которых выходит за рамки практической работы.

Направление неизвестного усилия можно принять произвольно, но можно руководствоваться и более конкретной рекомендацией: усилие направлено по оси стержня в сторону, противоположную действию нагрузки. Приведенные схемы нагрузок дают возможность безошибочно определить направление действия усилия.

2. *Определяют величину усилия N в стержне.* Для этого составляют всего одно уравнение равновесия — сумма моментов всех сил относительно неподвижной опоры должна быть равна нулю: $\sum M_{A(B)} = 0$, где неподвижная опора в одних заданиях может быть обозначена *A,* в других — *B.*

Проверка решения не выполняется, так как не определялись опорные реакции неподвижной опоры.

3. *Определяют требуемую площадь поперечного сечения стержня из условия прочности по формуле*

$$A_{тр} \geq N/R, \quad (а)$$

где N — усилие в стержне; R — расчетное сопротивление материала подвески по прил. VIII.

Следует обратить внимание на то, что в отличие от СНиПа, в расчетной формуле коэффициент условия работы γ_c принят равным 1 и исключен из знаменателя, а также вместо R_y принято R.

Это сделано из-за отсутствия сведений о назначении элементов стальных конструкций и для получения единообразных формул при расчете конструкций из разных материалов (стали прокатной фасонной, стали арматурной, алюминия).

Подбор сечения сжатого стержня предлагается выполнить только из расчета на прочность без учета потери устойчивости.

При пользовании формулой (а) следует помнить, что усилие N имеет размерность кН, расчетное сопротивление R — МПа, а требуемую площадь $A_{тр}$ измеряют в см^2 для удобства пользования прил. I, поэтому необходимы преобразования в размерностях. Они будут показаны в примере 4.1.

4. *По найденной площади определяют требуемый профиль прокатной стали или диаметр арматурного стержня согласно заданию.*

Требуемый профиль прокатной стали определяют по площади $A_{тр}$, используя прил. I, а диаметр стержня можно найти по формуле

$$d_{тр} = \sqrt{4A_{тр}/\pi}\ . \ (б)$$

При назначении диаметра стержня полученный результат в формуле (б) рекомендуется округлить до размера, кратного 2 мм в большую сторону.

5. *Выполняют проверку прочности принятого сечения по формуле*

$$N/A \leq R, \quad (в)$$

где A — принятая площадь поперечного сечения стержня. Она не равна требуемой площади, полученной по формуле (а), так как за редким исключением площадь сечения, приведенная в прил. I, не совпадает с требуемой, кроме того, принятый диаметр, как правило, округляется и принимается большим, чем требуемый.

Прочность стержня считается обеспеченной, если условие (в) удовлетворено, и необеспеченной, если оно не удовлетворено.

Пример 4.1. Подобрать сечение стержня (подвески), поддерживающего брус *AB,* как показано на рис. 4.2. Материал — сталь марки С-235.

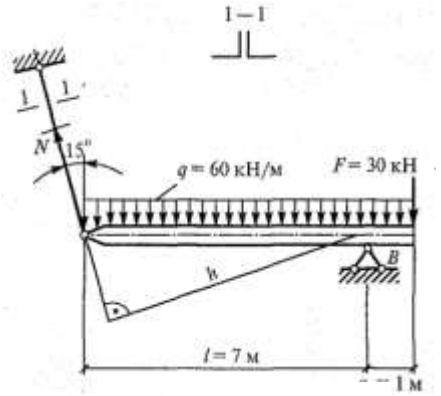


Рис. 4.2

Решение:

1. *Мысленно отбрасываем стержень, заменяя его действие на брус усилием N.* Направим его вверх, полагая, что он уравновешивает нагрузку, направленную вниз.

2. *Определим величину усилия N,* составив уравнение равновесия $\sum M_B = 0$, которое для заданной схемы примет вид

$$Nh - q(l+a)\left(\frac{l+a}{2} - a\right) + Fa = 0,$$

где $h = l\cos 15° = 7 \times 0{,}966 = 6{,}76$ м.

После подстановки известных величин получим

$$\boldsymbol{N} \times 6{,}76 - 60 \times 8 \times 3 + 30 \times 1 = 0,$$

откуда

$$N = \frac{60 \times 8 \times 3 - 30 \times 1}{6{,}76} = \frac{1410}{6{,}76} = 208{,}6 \text{ кН}.$$

3. *Определим требуемую площадь поперечного сечения стержня по формуле (а):*

$$A_{\text{тр}} = \frac{208{,}6 \text{ кН}}{230 \text{ МПа}} = \frac{208{,}6 \times 10^{-3} \text{МН}}{230 \text{МПа}} = 0{,}907 \times 10^{-3} \text{м}^2 = 9{,}07 \text{см}^2,$$

где R = 230 МПа для стали марки С-235 (см. прил. VIII).

4. По найденной площади *определим требуемый профиль* (*номер*) *равнополочного уголка.* На два уголка требуется 9,07 см^2, на один — $\boldsymbol{A_1}$ = 4,535 см^2. По табл. 1 прил. I подбираем уголок 50×5 площадью 4,80 см^2. На два уголка площадь A = 9,6 см^2.

5. *Выполним проверку прочности принятого сечения по формуле (в):*

$$\frac{N}{A} = \frac{208{,}6 \text{ кН}}{9{,}6 \text{см}^2} = \frac{208{,}6 \times 10^{-3} \text{ МН}}{9{,}6 \times 10^{-4} \text{м}^2} = 217{,}3 \text{МПа} < 230 \text{МПа},$$

учитывая, что 1 МН/м^2 = 1 МПа. Прочность стержня обеспечена, так как условие (в) удовлетворено.

Ответ: Для стержня принято сечение из двух уголков 50×5.

Аналогично ведется расчет на подбор сечения колонны из швеллеров, которые приведены в задании для практической работы.

Пример 4.2. По условию примера 4.1 подобрать диаметр стержня-подвески из арматурной стали класса А-II.

Решение:

1, 2. Усилие $\boldsymbol{N}$ = 208,6 кН остается без изменения, как и в примере 4.1, так как не изменилась схема и нагрузка на брус.

3. *Определим требуемую площадь сечения стержня по формуле (а):*

$$\boldsymbol{A}_{\text{тр}} = \frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{R}} = \frac{\mathbf{208{,}6}\text{кН}}{\mathbf{280} \text{ МПа}} = \frac{\mathbf{208{,}6 \times 10^{-3}}\text{МН}}{\mathbf{280} \text{ МПа}} = \mathbf{0{,}745 \times 10^{-3}}\text{м}^{\mathbf{2}} = \mathbf{7{,}45}\text{см}^{\mathbf{2}},$$

где R = 280 МПа для арматурной горячекатаной стали класса А-II (см. прил. VIII).

4. *Определим требуемый диаметр стержня по формуле (б):*

$$d_{\text{тр}} = \sqrt{4A_{\text{тр}}/\pi} = \sqrt{4 \times 7{,}45/3{,}14} \text{ см} = 3{,}07 \text{ см} = 30{,}7 \text{ мм}.$$

Округляя полученный результат до размера, кратного 2 мм, в большую сторону, получим диаметр стержня d= 32 мм или 3,2 см.

5. *Выполним проверку прочности сечения стержня по формуле (в):*

$$\frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{A}} = \frac{\mathbf{208{,}6} \text{ кН}}{\mathbf{8{,}04}\text{см}^{\mathbf{2}}} = \frac{\mathbf{208{,}6 \times 10^{-3}}\text{МН}}{\mathbf{8{,}04 \times 10^{-4}}\text{м}^{\mathbf{2}}} = \mathbf{259} \text{ МПа} < \mathbf{280} \text{ МПа},$$

где $\boldsymbol{A} = \frac{\boldsymbol{\pi d^2}}{\mathbf{4}} = \frac{\mathbf{3{,}14 \times 3{,}2^2}}{\mathbf{4}}\text{см}^{\mathbf{2}} = \mathbf{8{,}04}\text{см}^{\mathbf{2}}$.

Прочность стержня обеспечена, так как условие (в) удовлетворено.

VII. Контрольные вопросы.

1. Что называется удлинением стержня (абсолютной продольной деформацией)? Что такое относительная продольная деформация? Каковы размерности абсолютной и относительной продольных деформаций?

2. При проведении расчета на прочность по предельным состояниям, с чем

сравнивают фактические напряжения?

3. Какие три характерных вида задач встречаются при расчете на прочность конструкции?

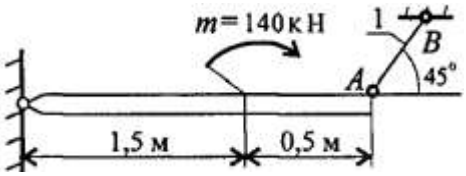
4. Сформулируйте закон Гука. Напишите формулы для абсолютной и относительной продольных деформаций стержня.

5. Что происходит с поперечными размерами стержня при его растяжении (сжатии)?

6. Что такое коэффициент Пуассона? В каких пределах он изменяется?

7. Как определяется коэффициент Пуассона?

8. Груз подвешен на стержне 1 и находится в равновесии. Материал стержня – сталь, допустимое напряжение $[\sigma]$ = 160 МПа. Подобрать размеры сечения для стержня. Форма поперечного сечения – швеллер.



Практическая работа № 5

I.Тема. Определение моментов инерции относительно главных центральных осей в составных сечениях.

II. Цель. Научить определять моменты инерции сечений с одной или двумя осями симметрии, составленных из простых геометрических фигур и из профилей стандартного проката.

III. Задачи.

1. Научить применять способы вычисления моментов инерции при параллельном переносе осей.
2. Научить определять полярные и главные центральные моменты инерции для сечений, имеющих ось симметрии.

IV. Время выполнения. 2 часа

V. Оборудование. Калькулятор, карандаш, линейка, транспортир, тетрадь для практических работ.

VI. Задание.

Задача 1.

Определить моменты инерции сечения, составленного из простых геометрических фигур, относительно главных центральных осей по закрепленному варианту, приведенных в данных методических рекомендациях в практической работе №3 задача 1 на рис. 3.1.

Задача 2.

Определить моменты инерции сечения, составленного из профилей прокатной стали, относительно главных центральных осей по закрепленному варианту, приведенных в данных методических рекомендациях в практической работе №3 задача 2 на рис. 3.2.

<u>Пояснение к решению задачи</u>

1. *Определяют положение центра тяжести сечения* (см. порядок решения задачи для практической работы №3).

2. *Проводят центральные оси* для каждого профиля проката или простой геометрической фигуры. Эти оси называются центральными осями. Для первой фигуры проводят оси x_1, и y_1 для второй - x_2 и y_2 и т.д.

3. *Проводят главные центральные оси.* Они проходят через центр тяжести всего сечения. Одну из осей совмещают с осью симметрии (в заданиях все сечения имеют такую ось), а вторую проводят через центр тяжести сечения перпендикулярно первой. Вертикальная ось обозначается υ, а горизонтальная - u.

4. *Находят моменты инерции сечения относительно главных центральных осей.* В общем виде моменты инерции сечения определяют по формулам:

относительно оси u:

$$I_u = I_u^{\mathrm{I}} + I_u^{\mathrm{II}} + \ldots + I_u^n,$$

относительно оси υ:

$$I_\upsilon = I_\upsilon^{\mathrm{I}} + I_\upsilon^{\mathrm{II}} + \ldots + I_\upsilon^n$$

где I_u и I_v — моменты инерции сечения относительно главных центральных осей u и v (главные центральные моменты инерции); I_u^{I}, I_u^{II}, … , I_u^n— моменты инерции простых фигур (1, 2, ..., *n)* относительно главной центральной оси u; I_v^{I}, I_v^{II}, …, I_v^n — относительно оси v.

Моменты инерции простых фигур относительно осей u и v определяются по формулам:

относительно оси u:

$$I_u^{\mathrm{I}} = I_{x1}^{\mathrm{I}} + a_1^2 A_1; \qquad I_u^{\mathrm{II}} = I_{x2}^{\mathrm{II}} + a_2^2 A_2, \ldots;$$
$$I_u^n = I_{xn}^n + a_n^2 A_n$$

относительно оси v:

$$I_v^{\mathrm{I}} = I_{y1}^{\mathrm{I}} + b_1^2 A_1; \qquad I_u^{\mathrm{II}} = I_{y2}^{\mathrm{II}} + b_2^2 A_2, \ldots;$$
$$I_v^n = I_{yn}^n + b_n^2 A_n\,,$$

где I_{x1}^{I}, I_{x2}^{II} , ..., I_{xn}^n — моменты инерции простых фигур (1, 2, ..., *n)* относительно собственных центральных осей x_1, x_2, ..., x_n. Они определяются по таблицам ГОСТов (см. прил. I) для профилей прокатной стали и формулам для простых геометрических фигур (см. прил. II); I_{y1}^{I}, I_{y2}^{II}, …, I_{yn}^n — то же, относительно осей y_1, y_2,…, y_n; a_1 a_2, …, a_n — расстояние от главной центральной оси u до центральных осей x_1, x_2, ..., x_n; b_1 b_2, ..., b_n — то же, от оси v до осей y_1, y_2, ..., y_n; A_1, A_2, ..., A_n — площади сечений профилей прокатной стали или простых геометрических фигур.

Если главная центральная ось совпадает с собственной центральной осью какого-нибудь профиля или фигуры, то момент инерции ее относительно главной центральной оси равен моменту инерции относительно собственной оси, так как расстояние между ними равно нулю.

При определении геометрических характеристик необходимо учитывать, что профили проката на заданном сечении могут быть ориентированы иначе, чем в ГОСТах. Например, вертикальная по ГОСТу ось y на заданном сечении может оказаться горизонтальной, а горизонтальная ось x — вертикальной. Поэтому необходимо внимательно следить за тем, относительно каких осей следует брать геометрические характеристики. На это будет обращено особое внимание в рассматриваемых примерах.

<u>Пример 1.</u>

Определить моменты инерции сечения, составленного из простых геометрических фигур, относительно главных центральных осей по условию примера 1 практической работы №3 (см. рис. 3.3).

Решение:

1. Положение центра тяжести определено в примере 1 практической работы №3: y_c = 9,84 см.

2. *Для каждой фигуры проводим центральные оси* x_1, x_2, x_3, x_4 и x_5, причем оси x_3 и x_4 совпали (рис. 3.3).

3. *Проводим главные центральные оси.* Вертикальную ось v совместим с осью симметрии, а горизонтальную ось u проведем через центр тяжести сечения C перпендикулярно оси v (рис. 5.1).

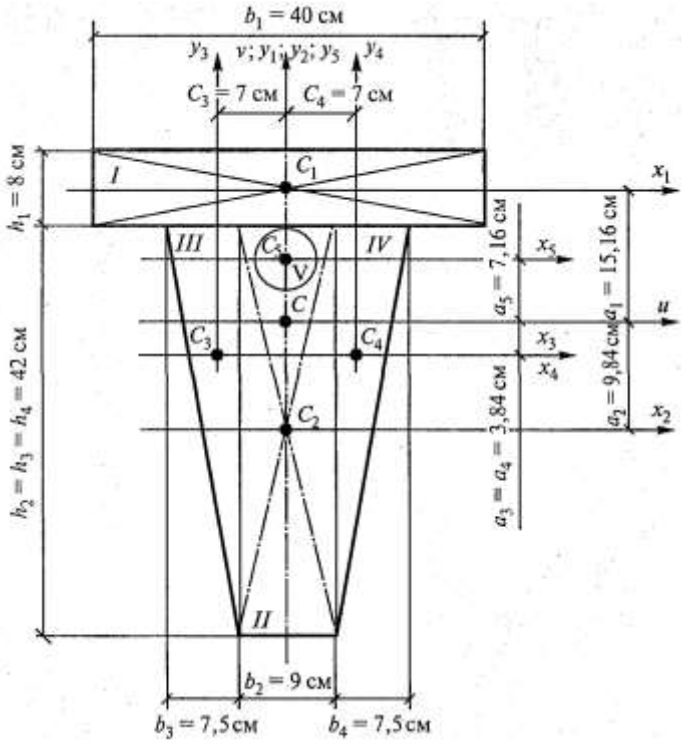


Рис. 5.1

4. *Момент инерции сечения относительно оси u* определим по формуле:

$$I_u = I_u^{\mathrm{I}} + I_u^{\mathrm{II}} + 2I_u^{\mathrm{III}} - I_u^{\mathrm{V}}.$$

Определим значение каждого слагаемого. Момент инерции первого прямоугольника равен:

$$I_u^{\mathrm{I}} = I_{x1}^{\mathrm{I}} + a_1^2 A_1 = \frac{b_1 h_1^3}{12} + a_1^2 A_1 = \frac{40 \times 8^3}{12} + 15{,}16^2 \times 400 = 93636 \text{ см}^4.$$

Момент инерции второго прямоугольника

$$I_u^{\mathrm{II}} = I_{x2}^{\mathrm{II}} + a_2^2 A_2 = \frac{b_2 h_2^3}{12} + a_2^2 A_2 = \frac{9 \times 42^3}{12} + 9{,}84^2 \times 378 = 92166 \text{ см}^4.$$

Момент инерции треугольника

$$I_u^{\mathrm{III}} = I_{x3}^{\mathrm{III}} + a_3^2 A_3 = \frac{b_3 h_3^3}{36} + a_3^2 A_3 = \frac{7{,}5 \times 42^3}{36} + (-3{,}84^2 \times 157{,}5) = 17758 \text{ см}^4.$$

$$I_u^{\mathrm{III}} = I_u^{\mathrm{IV}} = 17758 \text{ см}^4.$$

Момент инерции круга

$$I_u^{\mathrm{V}} = I_{x5}^{\mathrm{V}} + a_5^2 A_5 = \frac{\pi d^4}{64} + a_5^2 A_5 = \frac{3{,}14 \times 6^4}{64} + 7{,}16^2 \times 28{,}3 = 1515 \text{ см}^4.$$

Подставим числовые значения в формулу:

$$I_u = 93\,636 + 92166 + 2 \times 17758 - 1515 = 219803 \text{ см}^4.$$

5. *Определим момент инерции сечения относительно оси v* по формуле:

$$I_v = I_v^{\mathrm{I}} + I_v^{\mathrm{II}} + 2I_v^{\mathrm{III}} - I_v^{\mathrm{V}},$$

где $I_v^{\mathrm{I}} = \frac{h_1 b_1^3}{12} = \frac{8 \times 40^3}{12} = 42667$ см^4;

$$I_v^{\mathrm{II}} = \frac{h_2 b_2^3}{12} = \frac{42 \times 9^3}{12} = 2552 \text{ см}^4;$$

$$I_v^{\mathrm{III}} = \frac{h_3 b_3^3}{36} + c_3^2 A_3 = \frac{42 \times 7{,}5^3}{36} + 7^2 \times 157{,}5 = 8210 \text{ см}^4;$$

$$I_v^{\mathrm{V}} = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3{,}14 \times 6^4}{64} = 64 \text{ см}^4$$

Подставим числовые значения в формулу для определения I_v:

$$I_v = 42667 + 2552 + 2 \times 8210 - 64 = 61575 \text{ см}^4.$$

Ответ: I_u = 219 803 см^4; I_v= 61575 см^4.

Пример 2.

Определить моменты инерции сечения, составленного из прокатных профилей, относительно главных центральных осей по условию примера 2 практической работы №3 (см. рис. 3.4). Сечение состоит из двутавра № 33, швеллера № 27, двух уголков 90×56×6 и листа сечением 12×180 мм.

Решение:

1. Положение центра тяжести определено в примере 2 практической работы №3: y_C = 2,33 см, если ось проходит через центр тяжести двутавра (рис. 5.2).

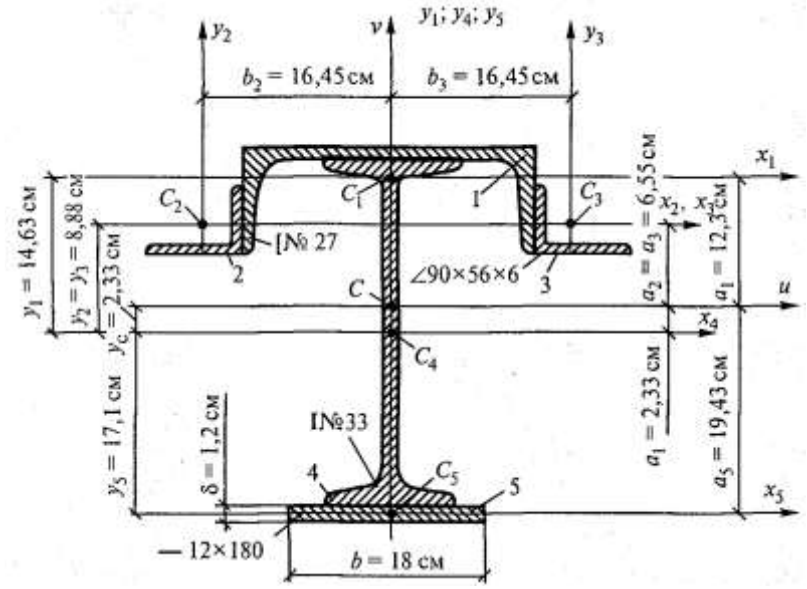


Рис. 5.2

2. *Проводим центральные оси для каждого профиля проката* x_1, x_2, x_3, x_4 и x_5.

3. *Проводим главные центральные оси.* Вертикальную ось v совмещаем с осью симметрии, а горизонтальную u проводим через центр тяжести сечения C перпендикулярно оси v.

4. *Определим момент инерции сечения относительно оси u:*

$$I_u = I_u^{\text{шв}} + I_u^{\text{уг}} + I_u^{\text{уг}} + I_u^{\text{дв}} + I_u^{\text{листа}}.$$

Учитывая, что уголки одинаковые и расположены на одинаковом расстоянии от оси u, получим:

$$I_u = I_u^{\text{шв}} + 2I_u^{\text{уг}} + I_u^{\text{дв}} + I_u^{\text{листа}}.$$

Определим величину каждого слагаемого. Момент инерции швеллера № 27 относительно оси u:

$$I_u^{\text{шв}} = I_{x1}^{\text{шв}} + a_1^2 A_{\text{шв}} = 262 + 12{,}3^2 \times 35{,}2 = 5587 \text{ см}^4,$$

где $I_{x1}^{\text{шв}} = I_{y\,\text{табл}}^{\text{шв}}$ = 262 см^4; момент инерции швеллера № 27 относительно центральной оси x_1 совпадающей с осью y (см. табл. 4 прил. I) – $a_1 = y_1 - y_C$ = 14,63 – 2,33 = 12,3 см; расстояние между осями x_1 и u; $A_{\text{шв}}$ = 35,2 см^2.

Момент инерции уголка 90×56×6 относительно оси u равен:

$$I_u^{\text{уг}} = I_{x2}^{\text{уг}} + a_2^2 A_{\text{уг}} = 21{,}2 + 6{,}55^2 \times 8{,}54 = 388 \text{ см}^4,$$

где $I_{x2}^{\text{уг}} = I_{y\,\text{табл}}^{\text{уг}}$ = 21,2 см^4 — момент инерции уголка 90×56×6 относительно центральной оси, совпадающей с осью y (см. табл. 2 прил. I); $a_2 = y_2 - y_C$ = 8,88 – 2,33 = 6,55 см — расстояние между осями x_2 и u; $A_{\text{уг}}$ = 8,54 см^2.

Момент инерции двутавра № 33 относительно оси *u* равна:

$$I_u^{\text{дв}} = I_{x4}^{\text{дв}} + a_4^2 A_{\text{дв}} = 9840 + 2{,}33^2 \times 53{,}8 = 10132 \text{ см}^4,$$

где $I_{x4}^{\text{дв}} = I_{y\,\text{табл}}^{\text{дв}}$ = 9840 см^4 — момент инерции двутавра № 33 относительно центральной оси x_4, которая совпадает с осью *x* (см. табл. 1 прил. I); $a_4 = y_C$ = 2,33 см — расстояние между осями x_4 и *u*; $A_{\text{дв}}$ = 53,8 см^2.

Момент инерции листа 12×180 мм относительно оси *u*:

$$I_u^{\text{листа}} = I_{x5}^{\text{листа}} + a_5^2 A_{\text{листа}} = 2{,}59 + 19{,}43^2 \times 21{,}6 = 8157 \text{ см}^4$$

где $I_{x5}^{\text{листа}} = \frac{b\delta^3}{12} = \frac{18\times1{,}2^3}{12}$ = 2,59 см^4 — момент инерции листа относительно оси x_5 (см. прил. II); $a_5 = y_5 + y_C$ = = 17,1 + 2,33 = 19,43 см — расстояние между осями x_5 и *u*; $A_{\text{лист}}$ = 18 × 1,2 = 21,6 см^2.

Подставим полученное значение в формулу:

$$I_u = 5587 + 2 \times 388 + 10132 + 8157 = 24652 \text{ см}^4.$$

5. *Определим момент инерции сечения относительно оси υ*:

$$I_\upsilon = I_\upsilon^{\text{шв}} + 2I_\upsilon^{\text{уг}} + I_\upsilon^{\text{дв}} + I_\upsilon^{\text{листа}}.$$

Момент инерции швеллера № 27 относительно оси *υ*:

$$I_\upsilon^{\text{шв}} = I_{y1}^{\text{шв}} = I_{x\,\text{табл}}^{\text{шв}} = 4160 \text{ см}^4 (\text{см. табл. 4 прил. I}).$$

Момент инерции уголка 90×56×6 относительно оси *υ* равен:

$$I_\upsilon^{\text{уг}} = I_{y2}^{\text{уг}} + b_2^2 A_{\text{уг}} = 70{,}6 + 16{,}45^2 \times 8{,}54 = 2382 \text{ см}^4,$$

где $I_{y2}^{\text{уг}} = I_{y\,\text{табл}}^{\text{уг}}$ = 70,6 см^4 — момент инерции уголка относительно центральной оси y_2, которая совпадает с осью *x* (табл. 2 прил I); $b_2 = \frac{h_{\text{шв}}}{2} + y_{0(\text{уг})} = \frac{27}{2} + 2{,}95$ = 16,45 см — расстояние между осью y_2 и осью *υ*; $A_{\text{уг}}$ = 8,54 см^2.

Момент инерции двутавра №33 относительно оси *υ*:

$$I_\upsilon^{\text{дв}} = I_{y4}^{\text{дв}} = I_{y\,\text{табл}}^{\text{шв}} = 419 \text{ см}^4 (\text{см. табл. 3 прил. I}),$$

Момент инерции листа 12×180 мм относительно оси *υ*:

$$I_\upsilon^{\text{листа}} = I_{y5}^{\text{листа}} = \frac{\delta b^3}{12} = \frac{12\times18^3}{12} = 584 \text{ см}^4 \text{ (см. прил. II).}$$

Подставим полученные значения в выражение:

$$I_u = 4160 + 2 \times 2382 + 419 + 583 = 9926 \text{ см}^4.$$

Ответ: I_u = 24 652 см^4; I_u = 9926 см^4.

VII. Контрольные вопросы.

1. Что такое статический момент сечения?
2. Что такое осевой, полярный и центробежный моменты инерции плоского сечения?
3. Что такое главные центральные оси инерции?
4. Какая связь существует между моментами инерции относительно параллельных осей, из которых одна является центральной?
5. Напишите формулы для вычисления осевых моментов инерции для прямоугольника, равнобедренного треугольника, круга и кольца.
6. Как определяют осевые моменты инерции сложных составных сечений?

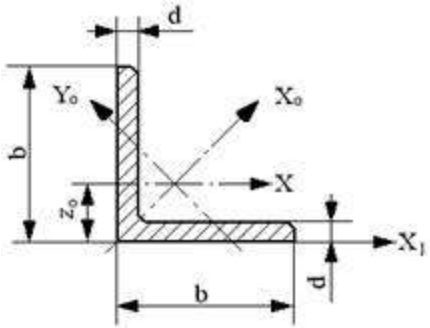
Приложения

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Сортамент прокатной стали

Таблица 1

Сталь прокатная угловая равнополочная (ГОСТ 8509-72)



Обозначения:
b – ширина полки;
d – толщина полки;
I – момент инерции;
i – радиус инерции;
z_0 – расстояние от центра тяжести до полки.

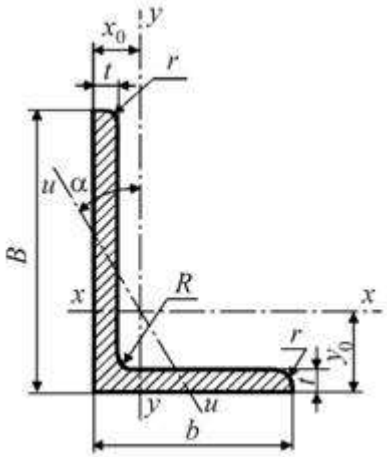
№ профилей	Размеры, мм		Площадь сечения, см^2 *A*	Масса,кг 1 м	Справочные величины для осей							
					x-x		x_o-x_o		y_o-y_o		x_1-x_1	Z_o, см
	b	*d*			I_x, см^4	i_x, см	$I_{x\,max}$, см^4	$i_{x\,max}$, см	$I_{y\,min}$, см^4	$I_{y\,min}$, см	$I_{x\,1}$, см^4	
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
2	20	3 4	1,13 1,46	0,89 1,15	0,40 0,50	0,59 0,58	0,63 0,78	0,75 0,73	0,17 0,22	0,39 0,38	0,81 1,09	0,60 0,64
2,5	25	3 4	1,43 1,86	1,12 1,46	0,81 1,03	0,75 0,74	1,29 1,62	0,95 0,93	0,34 0,44	0,49 0,48	1,57 2,11	0,73 0,76
2,8	28	3	1,62	1,27	1,16	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	2,20	0,80
3,2	32	3 4	1,86 2,43	1,46 1,91	1,77 2,26	0,97 0,96	2,80 3,58	1,23 1,21	0,74 0,94	0,63 0,62	3,26 4,39	0,89 0,94
3,6	36	3 4	2,10 2,75	1,65 2,16	2,56 3,29	1,10 1,09	4,06 5,21	1,39 1,38	1,06 1,36	0,71 0,70	4,64 6,24	0,99 1,04
4	40	3 4 5	2,35 3,08 3,79	1,85 2,42 2,97	3,55 4,58 5,53	1,23 1,22 1,20	5,63 7,26 8,75	1,55 1,53 1,54	1,47 1,90 2,30	0,79 0,78 0,79	6,35 8,53 10,73	1,09 1,13 1,17
4,5	45	3 4 5	2,65 3,48 4,29	2,08 2,73 3,37	5,13 6,63 8,03	1,39 1,38 1,37	8,13 10,5 12,7	1,75 1,74 1,72	2,12 2,74 3,33	0,89 0,89 0,88	9,04 12,1 15,3	1,21 1,26 1,30

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	50	3	2,96	2,32	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	12,4	1,33
		4	3,89	3,05	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38
		5	4,80	3,77	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42
5,6	56	4	4,38	3,44	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52
		5	5,41	4,25	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57
6,3	63	4	4,96	3,90	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69
		5	6,13	4,81	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74
		6	7,28	5,72	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	50,0	1,78
7	70	4,5	6,20	4,87	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	50,0	1,88
		5	6,86	5,38	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90
		6	8,15	6,39	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94
		7	9,42	7,39	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99
		8	10,7	8,37	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,0	2,02
7,5	75	5	7,39	5,80	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02
		6	8,78	6,89	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06
		7	10,1	7,96	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10
		8	11,5	9,02	59,8	2,28	94,9	2,87	24,8	1,47	115	2,15
		9	12,8	10,1	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18
8	80	5,5	8,63	6,78	52,7	2,47	83,5	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17
		6	9,38	7,36	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102	2,19
		7	10,8	8,51	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23
		8	12,3	9,65	73,4	2,44	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27
9	90	6	10,6	8,33	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43
		7	12,3	9,64	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47
		8	13,9	10,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51
		9	15,6	12,2	118	2,75	186	3,46	48,6	1,77	219	2,55
10	100	6,5	12,8	10,1	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68
		7	13,8	10,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71
		8	15,6	12,2	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75
		10	19,2	15,1	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83
		12	22,8	17,9	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91
		14	26,3	20,6	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99
		16	29,7	23,3	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542	3,06
11	110	7	15,2	11,9	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96
		8	17,2	13,5	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	353	3,00
12,5	125	8	19,7	15,5	294	3,87	468	4,87	122	2,49	516	3,36
		9	22,0	17,3	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40
		10	24,3	19,1	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45
		12	28,9	22,7	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	140	9 10 12	24,7 27,3 32,5	19,4 21,5 25,5	466 512 602	4,34 4,33 4,31	739 814 957	5,47 5,46 5,43	192 211 248	2,79 2,78 2,76	818 911 1097	3,78 3,82 3,90
16	160	10 11 12 14 16 18 20	31,4 34,4 37,4 43,3 49,1 54,8 60,4	24,7 27,0 29,4 34,0 38,5 43,0 47,4	774 844 913 1046 1175 1299 1419	4,96 4,95 4,94 4,92 4,89 4,87 4,85	1229 1341 1450 1662 1866 2061 2248	6,25 6,24 6,23 6,20 6,17 6,13 6,10	319 348 376 431 485 537 589	3,19 3,18 3,17 3,16 3,14 3,13 3,12	1356 1494 1633 1911 2191 2472 2756	4,30 4,35 4,39 4,47 4,55 4,63 4,70
18	180	11 12	38,8 42,2	30,5 33,1	1216 1317	5,60 5,59	1933 2093	7,06 7,04	500 540	3,59 3,58	2128 2324	4,85 4,89
20	200	12 13 14 16 20 25 30	47,1 50,9 54,6 62,0 76,5 94,3 111,5	37,0 39,9 42,8 48,7 60,1 74,0 87,6	1823 1961 2097 2363 2871 3466 4020	6,22 6,21 6,20 6,17 6,12 6,06 6,00	2896 3116 3333 3755 4560 5494 6351	7,84 7,83 7,81 7,78 7,72 7,63 7,55	749 805 861 970 1182 1438 1688	3,99 3,98 3,97 3,96 3,93 3,91 3,89	3182 3452 3722 4264 5355 6733 8130	5,37 5,42 5,46 5,54 5,70 5,89 6,07
22	220	14 16	60,4 68,6	47,4 53,8	2814 3175	6,83 6,81	4470 5045	8,60 8,58	1159 1306	4,38 4,36	4941 5661	5,93 6,02
		16 18 20	78,4 87,7 97,0	61,5 68,9 76,1	4717 5247 5765	7,76 7,73 7,71	7492 8337 9160	9,78 9,75 9,72	1942 2158 2370	4,98 4,96 4,94	8586 9342 10401	6,75 6,83 6,91
25	250	22 25 28 30	106,1 119,7 133,1 142,0	83,3 94,0 104,5 111,4	6270 7006 7717 8177	7,69 7,65 7,61 7,59	9961 1112 1224 1296	9,69 9,64 9,59 9,56	2579 2887 3190 3389	4,93 4,91 4,89 4,89	11464 13064 14674 15753	7,00 7,11 7,23 7,31

Таблица 2

Сталь прокатная угловая неравнополочная (ГОСТ 8510–86)



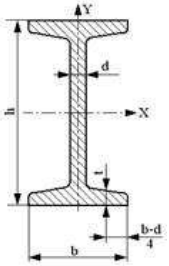
Обозначения:
B– ширина большой полки;
b – ширина малой полки;
t – толщина полки;
R – радиус внутреннего закругления;
r – радиус закругления полки;
I – момент инерции;
i – радиус инерции;
x_0 , y_0 – расстояние от центра тяжести до наружных граней полки.

Номер уголка	*B*	*b*	*t*	*R*	*r*	Площадь поперечного сечения, см^2	Масса 1 муголка, кг	Справочные величины для осей									x_o, см	y_o, см	$\|I_{xy}\|$, см^4	tgα
								x – x			*y – y*			$y_o - y_o$						
	мм							I_x, см^4	W_x, см^3	i_x, см	I_y, см^4	W_y, см^3	i_y, см	I_{umin}, см^4	W_u, см^3	i_{umin} см				
5,6/3,6	56	36	4 5	6,0	2,0	3,58 4,41	2,81 3,46	11,37 13,82	3,01 3,70	1,78 1,77	3,70 4,48	1,34 1,65	1,02 1,01	2,19 2,6	1,13 1,37	0,78 0,78	0,84 0,88	1,82 1,87	3,74 4,50	0,406 0,404
6,3/4,0	63	40	4 5 6 8	7,0	2,3	4,04 4,98 5,90 7,68	3,17 3,91 4,63 6,06	16,33 19,91 23,31 29,60	3,83 4,72 5,58 7,22	2,01 2,00 1,99 1,96	5,16 6,26 7,29 9,15	1,67 2,05 2,42 3,12	1,13 1,12 1,11 1,09	3,07 3,73 4,36 5,585	1,41 1,72 2,02 2,60	0,87 0,86 0,86 0,85	0,91 0,95 0,99 1,07	2,03 2,08 2,12 2,20	5,25 6,41 7,44 9,27	0,397 0,396 0,393 0,386
7/4,5	70	45	5	7,5	2,5	5,59	4,39	27,76	5,88	2,23	9,05	2,62	1,27	5,34	2,20	0,98	1,05	2,28	9,12	0,406
7,5/5	75	60	5 6 8	8,0	2,7	6,11 7,25 9,47	4,79 5,69 7,43	34,81 40,92 52,38	6,81 8,08 10,52	2,39 2,38 2,35	12,47 14,60 18,52	3,25 3,85 4,88	1,43 1,42 1,40	7,24 8,48 10,87	2,73 3,21 4,14	1,09 1,08 1,07	1,17 1,21 1,29	2,39 2,44 2,52	12,00 14,10 17,80	0,436 0,435 0,430
8/5	80	50	5 6 8	8,0	2,7	6,36 7,55 8,15	4,49 5,92 6,39	41,64 48,98 52,06	7,71 9,15 9,42	2,56 2,55 2,53	12,68 14,85 25,18	3,28 3,88 5,58	1,41 1,40 1,76	7,57 8,88 13,61	2,75 3,24 4,66	1,00 1,08 1,29	1,13 1,17 1,49	2,60 2,65 2,47	13,20 15,50 20,98	0,387 0,386 0,547
9/5,6	90	56	5,5 6 8	9,0	3,0	7,86 8,54 11,18	6,17 6,70 8,77	65,28 70,58 90,87	10,74 11,66 15,24	2,88 2,88 2,85	19,67 21,22 27,08	4,53 4,91 6,39	1,58 1,58 1,56	11,77 12,70 16,29	3,81 4,12 5,32	1,22 1,22 1,21	1,26 1,28 1,36	2,92 2,95 3,04	20,54 22,23 28,33	0,384 0,384 0,380

10/6,3	100	63	6	10,0	3,3	9,58	7,53	98,29	14,52	3,20	30,58	6,27	1,79	18,20	5,27	1,38	1,42	3,23	31,50	0,393
			7			11,09	8,70	112,86	16,78	3,19	34,99	7,23	1,78	20,83	6,06	1,37	1,46	3,28	36,10	0,392
			8			12,57	9,87	126,96	19,01	3,18	39,21	8,17	1,77	23,38	6,82	1,36	1,50	3,32	40,50	0,391
			10			15,47	12,14	153,95	23,32	3,15	47,18	9,99	1,75	28,34	8,31	1,35	1,58	3,40	48,60	0,387
11/7	110	70	6,5	10,0	3,3	11,45	8,98	142,42	19,11	3,53	45,61	8,42	2,00	26,94	7,05	1,53	1,58	3,55	46,80	0,402
			8			13,93	10,93	171,54	23,22	3,51	54,64	10,20	1,98	32,31	8,50	1,52	1,64	3,61	55,90	0,400
12,5/8	125	80	7	11,0	3,7	14,06	11,04	226,53	26,67	4,01	73,73	11,89	2,29	43,40	9,96	1,76	1,80	4,01	74,70	0,407
			8			15,98	12,58	225,98	30,26	4,00	80,95	13,47	2,28	48,82	11,25	1,75	1,84	4,05	84,10	0,406
			10			19,70	15,47	311,61	37,27	3,98	100,47	16,52	2,26	59,33	13,74	1,74	1,92	4,14	102,00	0,404
			12			23,36	18,34	364,79	44,07	3,95	116,84	19,46	2,24	69,47	16,11	1,72	2,00	4,22	118,00	0,400
14/9	140	90	8	12,0	4,0	18,00	14,13	363,68	38,25	4,49	119,79	17,19	2,58	70,27	14,39	1,58	2,03	4,49	121,00	0,411
			10			22,24	17,46	444,45	47,19	4,47	145,54	21,14	2,58	85,51	17,58	1,96	2,12	4,58	147,00	0,409
16/10	160	100	9	13,0	4,3	22,87	17,96	605,97	56,04	5,15	186,03	23,96	2,85	110,40	20,01	2,20	2,24	5,19	194,00	0,391
			10			25,28	19,85	666,59	61,91	5,13	204,09	26,42	2,84	121,16	22,02	2,19	2,28	5,23	213,00	0,390
			12			30,04	23,58	784,22	73,42	5,11	238,75	31,23	2,82	142,14	25,93	2,18	2,36	5,32	249,00	0,388
			14			34,72	27,26	897,19	84,65	5,08	271,60	35,89	2,80	162,49	29,75	2,16	2,43	5,40	282,00	0,385
18/11	180	110	10	14	4,7	28,33	22,20	952,28	78,59	5,80	276,37	32,27	3,12	165,44	26,96	2,42	2,44	5,88	295,00	0,376
			12			33,69	26,40	1122,56	93,33	5,77	324,09	38,20	3,10	194,28	31,83	2,40	2,52	5,97	348,00	0,374
20/12,5	200	125	11	14,0	4,7	34,87	27,37	1449,02	107,31	6,45	446,36	45,98	3,58	263,84	38,27	2,75	2,79	6,50	465,00	0,392
			12			37,89	29,74	1568,19	116,51	6,43	481,93	49,85	3,57	285,04	41,45	2,74	2,83	6,54	503,00	0,392
			14			43,87	34,43	1800,83	134,64	6,41	550,77	57,43	3,54	326,54	47,57	2,73	2,91	6,62	575,00	0,390
			16			49,77	39,07	2026,08	152,41	6,38	616,66	64,83	3,52	366,99	53,56	2,72	2,99	6,71	643,00	0,388

Таблица 3

Сталь горячекатаная - балки двутавровые (ГОСТ 8239-72)

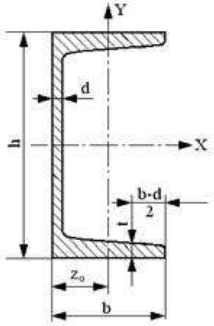


Обозначения:
h – высота балки;
b – ширина полки;
d – толщина стенки;
t – средняя толщина полки;
I – момент инерции;
W – момент сопротивления;
S – статический момент полусечения;
i – радиус сечения.

№ балки	Размеры, мм				Площадь сечения, см^2 *A*	Масса,кг 1 м	Справочные величины для осей						
							x-x				*y-y*		
	h	*b*	*d*	*t*			I_x, см^4	W_x, см^3	i_x, см	S_x, см^3	I_y, см^4	W_y, см^3	i_y, см
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
10	100	55	4,5	7,2	12,0	9,46	198	39,7	4,0	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	11,50	350	58,4	4,8	23,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	13,70	572	81,7	5,7	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	15,90	873	109,0	6,5	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	18,40	1290	143,0	7,4	81,4	82,6	18,40	1,88
18а	180	100	5,1	8,3	25,4	19,90	1430	159,0	7,5	89,8	114,0	22,80	2,12
20	200	100	5,2	8,4	26,8	21,00	1840	184,0	8,2	104,0	115,0	23,10	2,07
20а	200	110	5,2	8,6	28,9	22,70	2030	203,0	8,3	114,0	155,0	28,20	2,32
22	220	110	5,4	8,7	36,0	24,00	2550	232,0	9,1	131,0	157,0	28,60	2,27
22а	220	120	5,4	8,9	32,8	25,80	2790	254,0	9,2	143,0	206,0	34,30	2,50
24	240	115	5,6	9,5	34,8	27,30	3460	289,0	9,9	163,0	193,0	34,50	2,37
24а	240	125	5,6	9,8	37,5	29,40	3800	317,0	10,1	178,0	260,0	41,60	2,63
27	270	125	6,0	9,8	40,2	31,50	5010	371,0	11,2	210,0	260,0	41,50	2,54
27а	270	135	6,0	10,2	43,2	33,90	5500	407,0	11,3	229,0	337,0	50,00	2,80
30	300	135	6,5	10,2	46,5	36,50	7080	472,0	12,3	268,0	337,0	49,90	2,69
30а	300	145	6,5	10,7	49,9	39,20	7780	518,0	12,5	292,0	436,0	60,10	2,95
33	330	140	7,0	11,2	53,8	42,20	9840	597,0	13,5	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	48,60	13380	743,0	14,7	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,2	545,0	667,0	89,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

Таблица 4

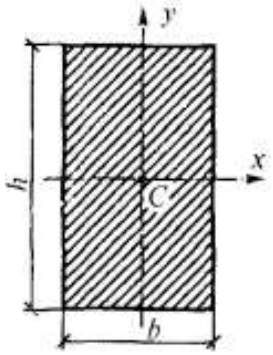
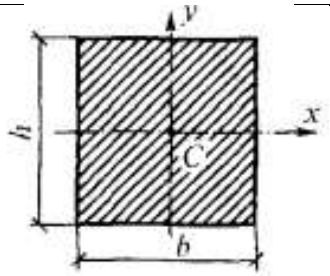
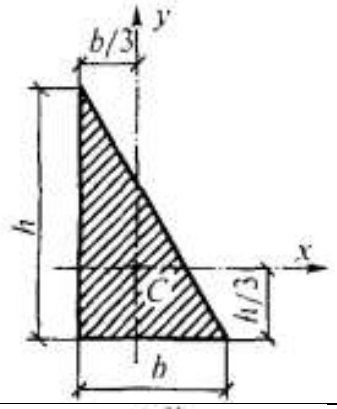
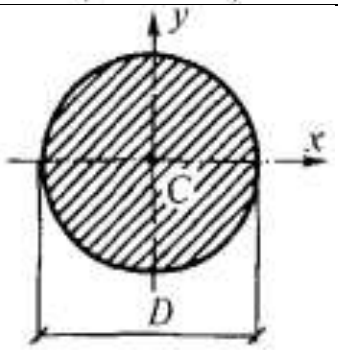
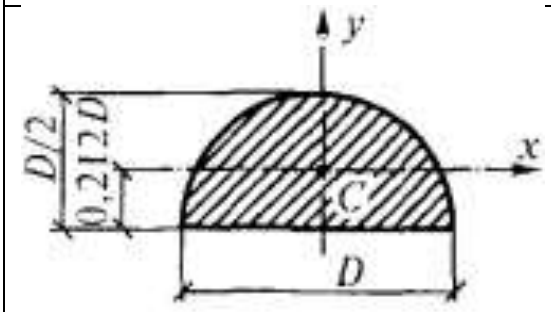
Сталь горячекатаная - швеллеры с уклоном внутренних граней полок (ГОСТ 8240-72)



Обозначения:
h – высота швеллера;
b – ширина полки;
d – толщина стенки;
t – средняя толщина полки;
I – момент инерции;
W – момент сопротивления;
S – статический момент полусечения;
i – радиус инерции;
z_0 – расстояние от оси *y-y* до наружной грани стенки.

№ профилей	Размеры, мм				Площадь сечения, см^2 *A*	Масса,кг 1 м	Справочные величины для осей							Z_o, см
							x-x				*y-y*			
	h	*b*	*d*	*t*			I_x, см^4	W_x, см^3	i_x, см	S_x, см^3	I_y, см^4	W_y, см^3	i_y, см	
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
5	50	32	4,4	7,0	6,16	4,84	22,8	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,945	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	5,90	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	8,98	7,05	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	10,9	8,59	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	13,3	10,4	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	15,6	12,3	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
14а	140	62	4,9	8,7	17,0	13,3	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	160	64	5,0	8,4	18,1	14,2	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80
16а	160	68	5,0	9,0	19,5	15,3	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18	180	70	5,1	8,7	20,7	16,3	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94
18а	180	74	5,1	9,3	22,3	17,4	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9,0	23,4	18,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20а	200	80	5,2	9,7	25,2	19,8	1670	167	8,15	95,9	139	21,2	2,35	2,28
22	220	82	5,4	9,5	26,7	21,0	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22а	220	87	5,4	10,2	28,8	22,6	2330	212	8,90	121	187	30,0	2,55	2,46
24	240	90	5,6	10,0	30,6	24,0	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24а	240	95	5,6	10,7	32,9	25,8	3180	265	9,84	151	245	37,2	2,78	2,67
27	270	95	6,0	10,5	35,2	27,7	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	40,5	31,8	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	46,5	36,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	53,4	41,9	10200	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	400	115	8,0	13,5	61,5	48,3	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

Моменты инерции простых геометрических фигур

Сечение	I_x	I_y
	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{hb^3}{12}$
	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^4}{12}$
	$\frac{bh^3}{36}$	$\frac{hb^3}{36}$
	$\frac{\pi D^4}{64} \approx 0{,}05\ D^4$	$\frac{\pi D^4}{64} \approx 0{,}05\ D^4$
	$0{,}00686\ D^4$	$\frac{\pi D^4}{128} \approx 0{,}025\ D^4$

Коэффициенты приведения длины стержня

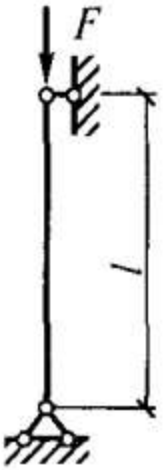
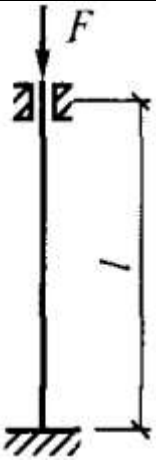
Способы закрепления концов стержня				
Коэффициент μ	1	2	0,7	0,5

Таблица 1

Коэффициенты продольного изгиба φ центрально-сжатых элементов из стали

Гибкость λ	Коэффициенты φ для элементов из стали с расчетным R_y, МПа								
	200	220	225	230	235	240	280	290	300
10	0,998	0,987	0,987	0,987	0,987	0,985	0,985	0,985	0,984
20	0,967	0,964	0,963	0,963	0,962	0,962	0,959	0,958	0,957
30	0,939	0,935	0,934	0,933	0,932	0,931	0,924	0,922	0,920
40	0,906	0,900	0,898	0,897	0,895	0,894	0,883	0,880	0,878
50	0,869	0,860	0,858	0,856	0,854	0,852	0,836	0,832	0,829
60	0,827	0,816	0,813	0,810	0,807	0,805	0,785	0,780	0,775
70	0,782	0,768	0,764	0,761	0,757	0,754	0,724	0,714	0,705
80	0,734	0,710	0,704	0,698	0,692	0,686	0,641	0,631	0,621
90	0,665	0,638	0,631	0,625	0,618	0,612	0,565	0,554	0,543
100	0,599	0,710	0,563	0,556	0,549	0,542	0,493	0,481	0,470
110	0,537	0,507	0,499	0,492	0,485	0,478	0,427	0,415	0,404
120	0,479	0,449	0,441	0,434	0,426	0,419	0,366	0,354	0,343
130	0,425	0,394	0,386	0,379	0,371	0,364	0,313	0,303	0,294
140	0,376	0,345	0,337	0,330	0,322	0,315	0,272	0,264	0,256
150	0,328	0,302	0,295	0,389	0,282	0,276	0,239	0,232	0,225
160	0,290	0,267	0,261	0,355	0,249	0,244	0,212	0,205	0,199

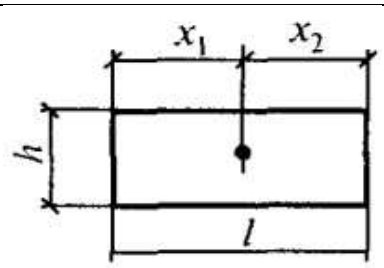
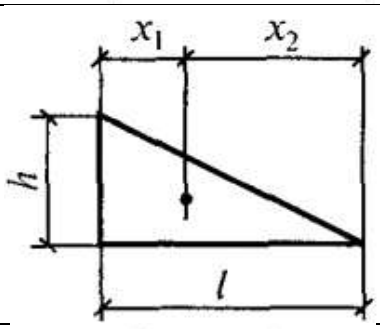
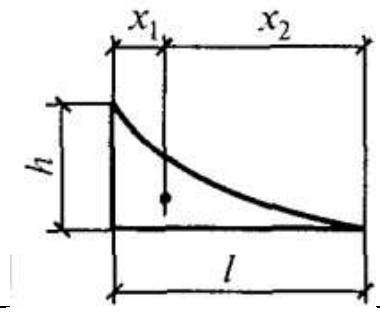
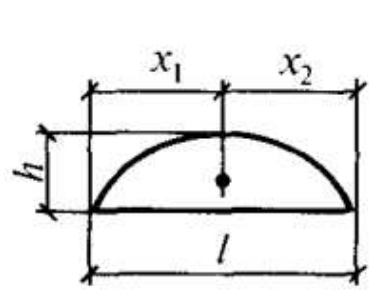
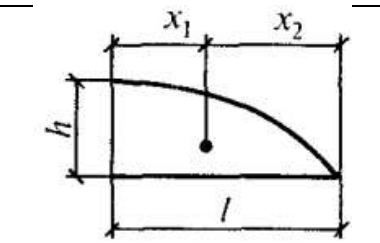
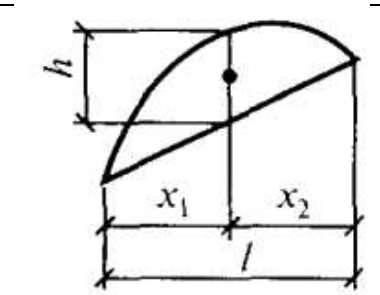
Таблица 2

Коэффициент продольного изгиба φ центрально-сжатых элементов из алюминия

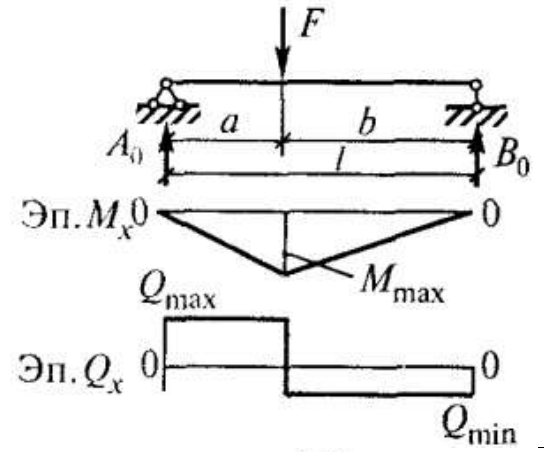
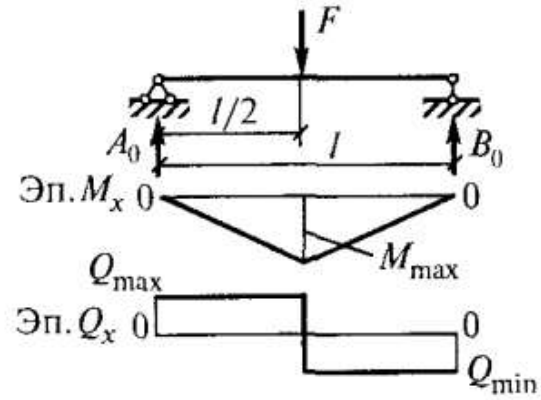
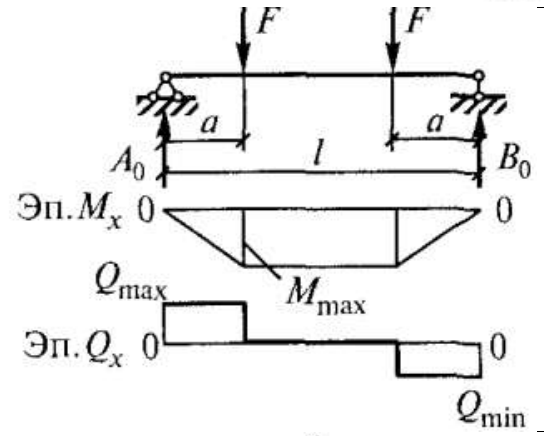
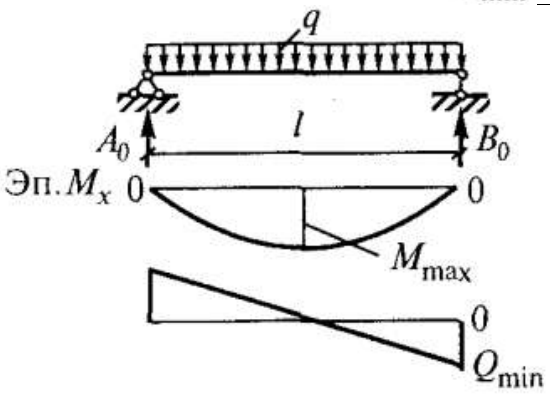
Гибкость λ	Коэффициент φ для элементов из алюминия				Гибкость λ	Коэффициент φ для элементов из алюминия		
	АМг2М	АМг2П АД31Т1	АД31Т			АМг2М	АМг2П АД31Т1	АД31Т
10	1	1	1		90	0,608	0,392	0,656
20	0,982	0,924	0,995		100	0,555	0,318	0,610
30	0,915	0,850	0,930		110	0,506	0,263	0,562
40	0,860	0,785	0,880		120	0,458	0,221	0,518
50	0,812	0,717	0,835		130	0,415	0,188	0,475
60	0,766	0,645	0,793		140	0,362	0,162	0,435
70	0,717	0,565	0,750		150	0,313	0,141	0,400
80	0,665	0,490	0,706		160	—	—	—

ПРИЛОЖЕНИЕ V

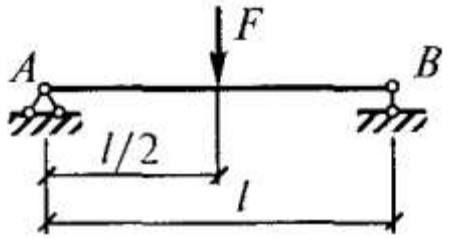
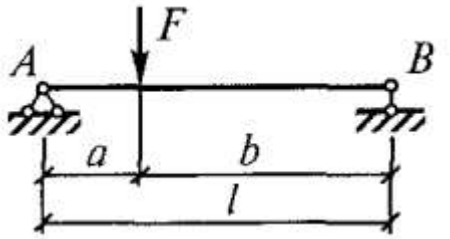
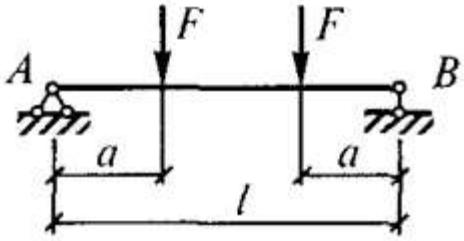
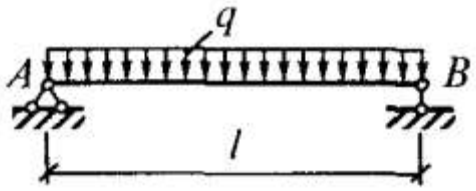
Площади и координаты центров тяжести фигур

Фигуры	Площадь ω	Абсциссы центра тяжести	
		x_1	x_2
	lh	$\frac{l}{2}$	$\frac{l}{2}$
	$\frac{lh}{2}$	$\frac{l}{3}$	$\frac{2}{3}l$
	$\frac{1}{3}lh$	$\frac{l}{4}$	$\frac{3}{4}l$
	$\frac{2}{3}lh$	$\frac{l}{2}$	$\frac{l}{2}$
	$\frac{2}{3}lh$	$\frac{3}{8}l$	$\frac{5}{8}l$
	$\frac{2}{3}lh$	$\frac{l}{2}$	$\frac{l}{2}$

Опорные реакции, эпюры Q_x и M_x простых балок

Схема, нагрузка, эпюра	Опорные реакции		Q_{max}	M_{max}
	A_0	B_0		
	$\frac{F}{2}$	$\frac{F}{2}$	$\frac{F}{2}$	$\frac{Fl}{4}$
	$\frac{Fb}{l}$	$\frac{Fa}{l}$	$\frac{Fb}{l}$	$\frac{Fab}{l}$
	F	F	F	Fa
	$\frac{ql}{2}$	$\frac{ql}{2}$	$\frac{ql}{2}$	$\frac{ql^2}{8}$

Фиктивные опорные реакции балок

Схемы	$A^{Ф}$	$B^{Ф}$
	$\frac{Fl^2}{16}$	$\frac{Fl^2}{16}$
	$\frac{Fab\ (l+b)}{6l}$	$\frac{Fab\ (l+a)}{6l}$
	$\frac{Fa\ (l-a)}{2}$	$\frac{Fa\ (l-a)}{2}$
	$\frac{ql^3}{24}$	$\frac{ql^3}{24}$

ПРИЛОЖЕНИЕ VIII

Расчетные сопротивления *R* стали и алюминия

Материал	Марка, класс	ГОСТ	Расчетное сопротивление	
			по пределу текучести, на растяжение, сжатие	на сдвиг
Сталь прокатная	С-235, С-245, С-345	27772-88	230 240 335	130 140 190
Алюминий деформируемый	АМг2М АМг2П АД31Т АД31Т1	- - - -	68 147 54 147	39 88 34 88
Сталь арматурная горячекатаная	А-I А-II А-III, d = 6…8 мм А-III, d = 10…40 мм	- - - -	225 280 355 365	- - - -

Список литературы

1. Олофинская, В.П. Техническая механика: учебное пособие / В.П. Олофинская. – М.: Форум: Инфа-М - 2017. – 346 с. (Профессиональное образование).

2. Вереина Л.И., Краснов М.М. Техническая механика – М.: ОИЦ «Академия», 2016

3. Эрдеди А.А., Эрдеди Н.А. Техническая механика – М.: ОИЦ «Академия», 2016

4. Эрдеди А.А., Эрдеди Н.А. Теоретическая механика. Сопротивление материалов – М.: ОИЦ «Академия», 2017

5. Сетков В.И. Сборник задач по технической механике: учебное пособие для студентов учреждений СПО – М.: Издательский центр «Академия», 2017. – 240 с.